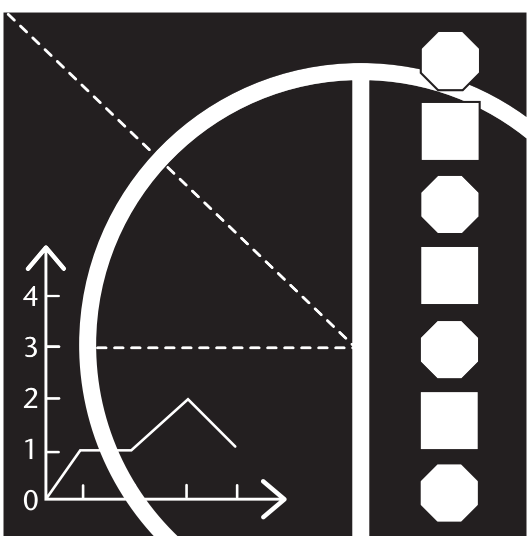
NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

Éducation
Direction des services
acadiens et de langue française

Calcul 12



PROGRAMME D'ÉTUDES

Programme d'études du cours de Calcul 12 : 2005

Préparé par le Conseil scolaire acadien provincial

Approuvé par la Direction des services acadiens et de langue française du ministère de l'Éducation, Province de la Nouvelle-Écosse.

Données relatives au catalogue de la publication

ISBN : 0-88871-978-7

Table des matières

AVANT-PROPOS

Le programme d'études de *Calcul 12* est un document destiné aux enseignants ainsi qu'aux administrations des écoles, et à tous les intervenants en éducation en Nouvelle-Écosse.

Il est conçu pour être utilisé avec des ressources variées et dans le but d'offrir la trame de l'enseignement, de l'apprentissage et de l'évaluation des acquis en calcul différentiel et intégral. Il définit les résultats d'apprentissage que les élèves doivent atteindre au cours de la douzième année.

Les résultats d'apprentissage, les pistes d'enseignement et les pistes d'évaluation de ce programme d'études ont été élaborés en collaboration, avec des enseignants du Conseil scolaire acadien provincial, afin de répondre aux attentes des élèves francophones de la Nouvelle-Écosse et de refléter leur réalité et leur vision.

La Direction des services acadiens et de langue française du ministère de l'Éducation de la Nouvelle-Écosse désire remercier ceux et celles qui ont contribué à l'élaboration de ce document.

N.B. ***Dans ce document, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et uniquement dans le but d'alléger le texte.***

CADRE THÉORIQUE

CADRE THÉORIQUE

CADRE THÉORIQUE

Contexte de l'éducation publique

Finalité de l'éducation publique

L'éducation publique en Nouvelle-Écosse vise à permettre à tous les élèves d'atteindre leur plein potentiel sur les plans cognitif, affectif, physique et social en disposant de connaissances, d'habiletés et d'attitudes pertinentes dans une variété de domaines qui leur permettront de contribuer positivement à la société en tant que citoyens avertis et actifs.

Buts et objectifs de l'éducation publique

Les buts et les objectifs de l'éducation publique sont d'aider chaque élève à :

- **développer le goût de l'excellence :** le goût de l'excellence s'acquiert en développant le souci du travail bien fait, méthodique et rigoureux; en fournissant l'effort maximal; en encourageant la recherche de la vérité, la rigueur et l'honnêteté intellectuelle; en développant les capacités d'analyse et l'esprit critique; en développant le sens des responsabilités individuelles et collectives, le sens moral et éthique et en incitant l'élève à prendre des engagements personnels.
- **acquérir les connaissances et les habiletés fondamentales nécessaires pour comprendre et exprimer des idées :** la langue maternelle constitue un instrument de communication personnelle et sociale de même qu'un moyen d'expression des pensées, des opinions et des sentiments. L'éducation publique doit développer chez l'élève l'habileté à utiliser avec efficacité cet instrument de communication et ce moyen d'expression. De la même manière, l'apprentissage de la langue seconde officielle, ou d'autres langues, doit rendre l'élève apte à communiquer aussi bien oralement que par écrit dans celles-ci.
- **développer des attitudes et acquérir les connaissances et les habiletés fondamentales à la compréhension des structures mathématiques :** ces connaissances et ces habiletés aident l'élève à percevoir les mathématiques comme faisant partie d'un tout. Il peut alors appliquer les régularités et la pensée mathématique à d'autres disciplines, résoudre des problèmes de façon rationnelle et intuitive tout en développant un esprit critique nécessaire à l'exploration de situations mathématiques.
- **acquérir des connaissances et des habiletés scientifiques et technologiques :** ces connaissances et ces habiletés, acquises par l'application de la démarche scientifique, aident l'élève à comprendre, à expliquer et à questionner la nature en vue d'en extraire l'information pertinente et une explication des phénomènes. Elles l'aident également à vivre dans une société scientifique et technologique et à s'éveiller aux réalités de son environnement naturel et technologique.
- **acquérir les connaissances, les habiletés et les attitudes nécessaires à la formation personnelle et sociale :** l'épanouissement de la personne inclut l'affirmation de soi, la possibilité d'expression personnelle et d'action, la conviction dans la recherche de l'excellence, la discipline

personnelle, la satisfaction qu'engendre la réussite, la capacité de participer à l'élaboration de la culture et à la construction d'une civilisation. Ces connaissances et ces attitudes aident l'élève à réfléchir et à agir de façon éclairée sur sa vie en tant qu'individu et en tant que membre d'une société.

- **acquérir les connaissances, les habiletés et les attitudes pour se maintenir en bonne santé :** l'élève doit régulièrement prendre part à des activités physiques, comprendre la biologie humaine et les principes de la nutrition en développant le savoir, les compétences et les attitudes nécessaires au développement physique et psychologique et au maintien d'un corps et d'un esprit sains.
- **acquérir les connaissances, les habiletés et les attitudes reliées aux divers modes d'expression artistique :** l'expression artistique entraîne notamment la clarification et la restructuration de la perception et de l'expérience personnelle. Elle se manifeste dans les arts visuels, la musique, le théâtre, les arts et la littérature ainsi que dans d'autres domaines où se développent les capacités d'expression, de créativité et de réceptivité de l'élève. Elle conduit à une appréciation des arts et au développement de l'esthétique.
- **développer des attitudes susceptibles de contribuer à la construction d'une société fondée sur la justice, la paix et le respect des droits humains des personnes et des peuples :** ce but est étroitement relié à l'harmonie entre les groupes et à l'épanouissement personnel, à la reconnaissance de l'égalité entre les sexes, à la promotion de l'ouverture au monde par le biais, entre autres, de la connaissance de la réalité locale et mondiale, du contact avec son patrimoine culturel et celui des autres, de la prise de conscience de l'interdépendance planétaire de même que l'appréciation des différences individuelles et culturelles.
- **acquérir les habiletés et les attitudes nécessaires pour répondre aux exigences du monde du travail :** outre l'acquisition des connaissances théoriques, des techniques nécessaires et de la capacité d'établir des rapports interpersonnels, l'élève doit acquérir de bonnes habitudes de travail, une certaine souplesse, un esprit d'initiative, des habiletés en leadership et le sens de la dignité du travail.
- **établir des rapports harmonieux avec son environnement :** il est nécessaire d'aider les nouvelles générations à comprendre l'interdépendance de l'écologie et du développement économique, à acquérir les compétences permettant d'établir un équilibre entre les deux et d'accroître l'engagement à participer à la recherche d'un avenir durable. Cela exige un souci éclairé pour la qualité de l'environnement, l'utilisation intelligente des richesses naturelles et le respect de tout ce qui vit.
- **acquérir les habiletés d'adaptation au changement :** il est essentiel de préparer l'élève à prendre pied dans un monde en mutation et dans une société de plus en plus exigeante en développant ses capacités

d'autonomie, la conscience de ses forces et de ses faiblesses, sa capacité de s'adapter aux changements et de trouver ses propres solutions aux problèmes sociaux et environnementaux.

- **poursuivre son apprentissage tout au long de sa vie** : le système d'éducation publique doit être vu comme étant une étape qui prépare l'élève à poursuivre des études ultérieures ou, mieux encore, à poursuivre une formation qui devra être continue. Ce but peut être atteint en amenant l'élève à penser de façon créative et personnelle et en le guidant vers l'acquisition de méthodes efficaces d'étude, de travail et de recherche.
- **considérer la langue et la culture comme les pivots de son apprentissage :** le système d'éducation publique de langue française doit faire en sorte que l'élève acquière et maintienne la fierté de sa langue et de sa culture et reconnaisse en ces dernières des éléments clés de son identité et de son appartenance à une société dynamique, productive et démocratique.

Philosophie des programmes d'études

Le monde actuel est le théâtre de changements fondamentaux. Une éducation de qualité permettra aux élèves de la Nouvelle-Écosse de s'intégrer à ce monde en perpétuelle évolution. La qualité de l'éducation se mesure par l'excellence de chaque cours qui est offert aux élèves et par la qualité et la pertinence du programme d'études qui le guide. C'est dans le cadre des résultats d'apprentissage proposés dans le programme d'études que les élèves vivront des expériences riches et concrètes.

Le Programme des écoles publiques est un outil qui sert d'encadrement à l'ensemble de la programmation des écoles acadiennes de la province. Entre autres, il énonce les principes relatifs à la nature de l'apprentissage et de l'enseignement. Il précise comment l'apprentissage :

- se produit de différentes manières;
- est fondé et influencé par l'expérience et les connaissances antérieures;
- est influencé par le climat du milieu d'apprentissage;
- est influencé par les attitudes vis-à-vis des tâches à accomplir;
- est un processus en développement;
- se produit par la recherche et la résolution de problèmes;
- est facilité par l'utilisation d'un langage approprié à un contexte particulier.

De même, le *Programme des écoles publiques* précise comment l'enseignement devrait :

- être conçu de manière à ce que le contenu soit pertinent pour les élèves;
- se produire dans un climat favorisant la démarche intellectuelle;
- encourager la coopération entre les élèves;
- être axé sur les modes de raisonnement;
- favoriser une variété de styles d'apprentissage;
- fournir des occasions de réflexion et de communication.

Les programmes d'études sont largement inspirés de ces principes fondamentaux de l'apprentissage et de l'enseignement. Ils tiennent également compte de la diversité des besoins des élèves qui fréquentent les écoles et préconisent des activités et des pratiques absentes de toute forme de discrimination. Les pistes qui y sont proposées encouragent la participation de tous les élèves et les amènent à travailler dans une atmosphère de saine collaboration et d'appréciation mutuelle.

Depuis quelques années, les programmes d'études sont élaborés à partir de résultats d'apprentissage. Ces derniers sont essentiels pour déterminer les contenus d'apprentissage tout comme ils permettent également d'évaluer à la fois le processus emprunté par l'élève et le produit de son apprentissage. C'est ce qu'on appelle « évaluer à partir des résultats d'apprentissage ». Ainsi, chaque programme d'études propose un large éventail de stratégies d'appréciation du rendement de l'élève.

Les résultats d'apprentissage qui sont énoncés dans les programmes d'études doivent également être exploités de manière à ce que les élèves fassent naturellement des liens entre les différentes matières qui leur sont enseignées. Ils invitent le personnel enseignant à profiter de toutes les occasions qui se présentent pour faire l'intégration des matières et accordent une attention particulière à une utilisation judicieuse et efficace des technologies de l'information et des communications.

Finalement, les programmes d'études destinés aux élèves des écoles acadiennes de la Nouvelle-Écosse font une place importante au développement d'une identité liée à la langue française. À travers toute la programmation scolaire, il est fondamental que l'élève prenne conscience de son identité et des caractéristiques qui la composent. C'est grâce à des programmes d'études qui reflètent sa réalité que l'élève pourra déterminer quelles sont les valeurs qui font partie de son identité et découvrir de quelle manière il pourra contribuer à l'avenir de sa communauté.

Résultats d'apprentissage transdisciplinaires

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires assurent une vision homogène nécessaire à l'adoption d'un programme d'études cohérent et pertinent. Ils permettent de préciser les résultats d'enseignement à atteindre et d'établir un fondement solide pour l'élaboration des programmes d'études. Ces résultats d'apprentissage permettront d'assurer que les missions des systèmes d'éducation provinciaux seront respectées.

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires constituent un ensemble d'énoncés qui décrivent les apprentissages auxquels on s'attend de la part de tous les élèves à la fin de leurs études secondaires. Les élèves seront en mesure de poursuivre leur apprentissage pendant toute leur vie. Les auteurs de ces résultats présument que les élèves ont besoin d'établir des liens entre les diverses matières s'ils veulent être en mesure de répondre aux exigences d'un monde en constante évolution.

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires préparent les élèves à affronter les exigences de la vie, du travail, des études et du 21e siècle.

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires suivants forment le profil de formation des finissants des écoles publiques de langue française au Canada atlantique :

Civisme

Les finissants seront en mesure d'apprécier, dans un contexte local et mondial, l'interdépendance sociale, culturelle, économique et environnementale.

Les finissants seront capables, par exemple :

- de démontrer une compréhension des systèmes politique, social et économique du Canada;
- de comprendre les enjeux sociaux, politiques et économiques qui ont influé sur les événements passés et présents, et de planifier l'avenir en fonction de ces connaissances;
- d'expliquer l'importance de la mondialisation de l'activité économique par rapport au regain économique et au développement de la société;
- d'apprécier leur identité et leur patrimoine culturels, ceux des autres, de même que l'apport du multiculturalisme à la société;
- de définir les principes et les actions des sociétés justes, pluralistes et démocratiques;
- d'examiner les problèmes reliés aux droits de la personne et de reconnaître les formes de discrimination;
- de comprendre la notion du développement durable et de ses répercussions sur l'environnement.

Communication

Les finissants seront capables de comprendre, de parler, de lire et d'écrire une langue (ou plus d'une), d'utiliser des concepts et des symboles mathématiques et scientifiques afin de penser logiquement, d'apprendre et de communiquer efficacement.

Les finissants seront capables, par exemple :

- d'explorer, d'évaluer et d'exprimer leurs propres idées, leurs connaissances, leurs perceptions et leurs sentiments;
- de comprendre les faits et les rapports présentés sous forme de mots, de chiffres, de symboles, de graphiques et de tableaux;
- d'exposer des faits et de donner des directives de façon claire, logique, concise et précise devant divers auditoires;
- de manifester leur connaissance de la deuxième langue officielle du Canada;
- de trouver, de traiter, d'évaluer et de partager des renseignements;
- de faire une analyse critique des idées transmises par divers médias.

Technologie

Les finissants seront en mesure d'utiliser diverses technologies, de faire preuve d'une compréhension des applications technologiques, et d'appliquer les technologies appropriées à la solution de problèmes.

Les finissants seront capables, par exemple :

- de trouver, d'évaluer, d'adapter, de créer et de partager des renseignements en utilisant des technologies diverses;
- de faire preuve de compréhension des technologies existantes ou en voie de développement et de les utiliser;
- de démontrer une compréhension de l'impact de la technologie sur la société;
- de démontrer une compréhension des questions d'ordre moral reliées à l'utilisation de la technologie dans un contexte local et global.

Développement personnel

Les finissants seront en mesure de poursuivre leur apprentissage et de mener une vie active et saine.

Les finissants seront capables, par exemple :

- de faire une transition au marché du travail et aux études supérieures;
- de prendre des décisions éclairées et d'en assumer la responsabilité;
- de travailler seuls et en groupe en vue d'atteindre un objectif;
- de démontrer une compréhension du rapport qui existe entre la santé et le mode de vie;
- de choisir parmi un grand nombre de possibilités de carrières;
- de démontrer des habiletés d'adaptation, de gestion et de relations interpersonnelles;
- de démontrer de la curiosité intellectuelle, un esprit entreprenant et un sens de l'initiative;
- de faire un examen critique des questions d'ordre moral.

Expression artistique

Les finissants seront en mesure de porter un jugement critique sur diverses formes d'art et de s'exprimer par les arts.

Les finissants seront capables, par exemple :

- d'utiliser diverses formes d'art comme moyens de formuler et d'exprimer des idées, des perceptions et des sentiments;
- de démontrer une compréhension de l'apport des arts à la vie quotidienne et économique, ainsi qu'à l'identité et à la diversité culturelle;
- de démontrer une compréhension des idées, des perceptions et des sentiments exprimés par autrui sous diverses formes d'art;
- d'apprécier l'importance des ressources culturelles (théâtre, musées et galeries d'art, entre autres).

Langue et culture françaises

Les finissants seront conscients de l'importance et de la particularité de la contribution des Acadiennes, des Acadiens et des autres francophones à la société canadienne. Ils reconnaîtront leur langue et leur culture comme base de leur identité et de leur appartenance à une société dynamique, productive et démocratique dans le respect des valeurs culturelles des autres.

Les finissants seront capables, par exemple :

- de s'exprimer couramment à l'oral et à l'écrit dans un français correct en plus de manifester le goût de la lecture et de la communication en français;
- d'accéder à l'information en français provenant des divers médias et de la traiter;
- de faire valoir leurs droits et d'assumer leurs responsabilités en tant que francophones;
- de démontrer une compréhension de la nature bilingue du Canada et des liens d'interdépendance culturelle qui façonnent le développement de la société canadienne.

Résolution de problèmes

Les finissants seront capables d'utiliser les stratégies et les méthodes nécessaires à la résolution de problèmes, y compris les stratégies et les méthodes faisant appel à des concepts reliés au langage, aux mathématiques et aux sciences.

Les finissants seront capables, par exemple :

- de recueillir, de traiter et d'interpréter des renseignements de façon critique afin de faire des choix éclairés;
- d'utiliser, avec souplesse et créativité, diverses stratégies en vue de résoudre des problèmes;
- de résoudre des problèmes seuls et en groupe;
- de déceler, de décrire, de formuler et de reformuler des problèmes;
- de formuler et d'évaluer des hypothèses;
- de constater, de décrire et d'interpréter différents points de vue, en plus de distinguer les faits des opinions.

Énoncé de principe relatif au français parlé et écrit

L'école doit favoriser le perfectionnement du français et le rayonnement de la langue et de la culture françaises dans l'ensemble de ses activités.

La langue étant un instrument de pensée et de communication, l'école doit assurer l'approfondissement et l'élargissement des connaissances fondamentales du français aussi bien que le perfectionnement de la langue parlée et écrite.

Le français, langue de communication dans nos écoles, est le principal véhicule d'acquisition et de transmission des connaissances, peu importe la discipline enseignée. C'est en français que l'élève doit prendre conscience de la réalité, analyser ses expériences personnelles et maîtriser le processus de la pensée logique avant de communiquer. Le développement intellectuel de l'élève dépend essentiellement de sa maîtrise de la langue première. À cet effet, la qualité du français utilisé et enseigné à l'école est la responsabilité de tous les enseignants.

C'est au cours des diverses activités scolaires et de l'apprentissage de toutes les disciplines que l'élève enrichit sa langue et perfectionne ses moyens d'expression orale et écrite. Chaque discipline est un terrain fertile où la langue parlée et écrite peut se cultiver. Le ministère de l'Éducation sollicite, par conséquent, la collaboration de tous les enseignants afin de promouvoir une tenue linguistique de haute qualité du français parlé et écrit à l'école.

Les titulaires des divers cours du régime pédagogique ont la responsabilité de maintenir dans leur classe une ambiance favorable au développement et à l'enrichissement du français. Il importe de sensibiliser l'élève au souci de l'efficacité linguistique, tant sur le plan de la pensée que sur celui de la communication. Dans ce contexte, l'enseignant sert de modèle sur le plan de la communication orale et écrite. Il multiplie les occasions d'utiliser le français tout en veillant constamment à sa qualité, et porte particulièrement attention au vocabulaire technique de la discipline ainsi qu'à la clarté et à la précision du discours oral et écrit.

Énoncé de principe relatif à l'évaluation fondée sur les résultats d'apprentissage

L'évaluation et l'appréciation de rendement font partie intégrante des processus de l'apprentissage et de l'enseignement. Il est crucial d'évaluer continuellement l'atteinte des résultats d'apprentissage par les élèves, non seulement pour souligner leur réussite afin de favoriser leur rendement scolaire, mais aussi pour offrir aux enseignants un fondement à leurs jugements et à leurs décisions pédagogiques. L'évaluation adéquate des apprentissages nécessite l'utilisation d'une grande diversité de stratégies et d'outils d'évaluation, l'agencement de ces stratégies et de ces outils de concert avec le cheminement des résultats d'apprentissage et l'équité en ce qui a trait à la fois à la mise en application de l'appréciation et de la notation. Il est nécessaire d'utiliser différents outils, notamment : l'observation, les interrogations, le journal de bord, les grilles d'évaluation du processus de résolution de problèmes et de la communication, les portfolios et les grilles d'évaluation par les pairs et l'autoévaluation. L'évaluation des apprentissages devrait permettre aux enseignants concernés de tirer des conclusions et de prendre des décisions au sujet des besoins particuliers des élèves, de leur progrès par rapport à l'atteinte des résultats d'apprentissage spécifiques et de l'efficacité du programme. Plus les stratégies, les outils et les activités d'évaluation sont adaptés aux résultats d'apprentissage, plus les jugements à porter sont significatifs et représentatifs.

Énoncé de principe relatif à l'intégration des technologies de l'information et des communications

La technologie informatique occupe déjà une place importante dans notre société où l'utilisation de l'ordinateur devient de plus en plus impérative. Les jeunes sont appelés à vivre dans une société dynamique qui change et évolue constamment. Compte tenu de l'évolution de la société, le système d'éducation se doit de préparer les élèves à vivre et à travailler dans un monde de plus en plus informatisé.

En milieu scolaire, l'ordinateur doit trouver sa place dans tous les programmes d'études et à tous les niveaux de l'enseignement. C'est un puissant outil qui donne rapidement accès à une multitude d'informations touchant tous les domaines de la connaissance. La technologie moderne diversifie sans cesse les usages de l'ordinateur et en facilite l'accessibilité comme moyen d'apprentissage. Aussi, l'ordinateur doit être présent dans tous les milieux d'apprentissage scolaire, au même titre que les livres, le tableau ou les ressources audiovisuelles.

L'intégration de l'ordinateur dans l'enseignement doit d'une part assurer le développement de connaissances et d'habiletés techniques en matière d'informatique et d'autre part, améliorer et diversifier les moyens d'apprentissage mis à la disposition des élèves et des enseignants. Pour réaliser ce second objectif, l'élève doit être amené à utiliser fréquemment l'ordinateur comme outil de création de productions écrites, de communication et de recherche.

L'élève, seul ou en équipe, saura utiliser l'ordinateur comme moyen d'apprentissage complémentaire en appliquant ses connaissances à la résolution de problèmes concrets, en réalisant divers types de projets de recherche et en effectuant des productions écrites dans un contexte d'information ou de création.

Contexte de la discipline

Définition et rôle de la discipline

Les mathématiques sont une science exploratoire et analytique qui cherche à expliquer et à faire comprendre tous les phénomènes naturels. Elles sont de plus en plus importantes dans notre société qui est en mutation technologique perpétuelle. L'élève d'aujourd'hui, pour être doté d'une culture mathématique et être prêt à s'intégrer facilement au monde du travail, doit développer des habiletés à explorer, à raisonner logiquement, à estimer, à faire des liens, à visualiser, à résoudre des problèmes d'une façon autonome et à communiquer de façon appropriée et authentique.

Le rôle des programmes d'études de mathématiques en Nouvelle-Écosse est de faire connaître les mathématiques à tous les élèves sans distinction ni discrimination, de les amener à établir des rapports intelligents avec leur univers et à développer une culture mathématique qui prend de plus en plus d'importance dans notre société hautement technologique, afin qu'ils contribuent au développement de cette société. Constituée d'un ensemble évolutif d'attitudes, d'habiletés et de connaissances en mathématiques, cette culture nécessite le développement des habiletés à explorer, à formuler des hypothèses, à raisonner logiquement et à utiliser diverses méthodes pour résoudre des problèmes et prendre des décisions éclairées. Elle nécessite aussi le développement de la confiance en soi et l'habileté à utiliser des informations quantitatives et spatiales. Les programmes de mathématiques au secondaire permettent aux élèves de prendre conscience de ce que sont les mathématiques et de leur présence dans nos vies. Ils ont pour mission de développer la culture mathématique chez les élèves et de les renseigner sur leur environnement.

Nature des mathématiques

Par leur nature, les mathématiques aident l'élève à explorer et à comprendre les régularités, à développer le sens des nombres et leur utilisation dans un contexte signifiant. Elles lui permettent de visualiser et de comprendre les formes pour élaborer des modèles utilisés dans d'autres disciplines telles que la physique, la chimie, la biologie, l'informatique, le génie, l'électronique, l'économie, la musique et les arts. À ces modèles, l'élève peut appliquer différentes transformations pour se familiariser avec les différentes sortes de régularités. À l'aide de ces modèles, il peut prédire des changements et découvrir des constantes. En mathématiques comme en sciences, les propriétés les plus importantes parfois sont celles qui demeurent constantes. À l'aide de ces modèles mathématiques, l'élève peut explorer les mesures et découvrir de façon concrète les objets réels, à une, deux ou trois dimensions.

Les mathématiques constituent une façon d'expliquer les relations qui lient les grandeurs et de comprendre comment les unes peuvent influencer les autres. Elles permettent de les quantifier et d'analyser toutes les données qui en découlent ou qui s'y rattachent. Cette analyse de données, dans des situations significatives et stimulantes, offre à l'élève l'occasion de comprendre les notions d'incertitude et d'erreur. Ainsi il développe sa pensée critique et analytique et apprend à structurer, organiser, synthétiser et évaluer des solutions pour prendre des décisions éclairées.

La représentation graphique, les statistiques et les probabilités ont des relations mutuelles, et leur utilisation permet à l'élève de résoudre un grand nombre de problèmes du monde réel. Elles lui fournissent l'occasion de réfléchir sur les nombres et de les utiliser, de les comprendre et de les interpréter. En d'autres termes, elles lui fournissent un contexte familier pour acquérir des compétences mathématiques, pour raffiner sa pensée critique et pour développer les habiletés de résolution de problèmes, de communication et de prise de décisions.

Nature de l'apprentissage

À l'heure actuelle, on remarque de plus en plus l'importance accordée au besoin de préparer les élèves à devenir des citoyens capables de résoudre des problèmes, de raisonner efficacement, de communiquer précisément et d'apprendre comment apprendre durant toute leur vie. La question à se poser est la suivante : comment permettre aux élèves d'accéder à ce savoir, d'en trouver le sens, de le questionner et de l'intégrer dans leur vie? C'est ainsi qu'on leur donnera la possibilité d'établir des communications plus vivantes et des relations humaines plus saines. L'enseignement de toute discipline repose sur les principes suivants relatifs à l'apprentissage chez les élèves.

- ***L'apprentissage se produit de différentes manières :*** il est naturellement évident que chaque élève est caractérisé par une façon spécifique de penser, d'agir et de réagir. Pour cette raison, différentes situations d'apprentissage doivent être offertes aux élèves de façon à respecter leurs différentes intelligences, leurs différences cognitives, sociales et culturelles ainsi que leur rythme d'apprentissage et leur style d'apprentissage.
- ***L'apprentissage est fondé et affecté par l'expérience et les connaissances antérieures :*** l'apprentissage est influencé par les préconceptions et les expériences personnelles et culturelles, ainsi que par les connaissances antérieures des élèves au moment de l'expérience éducative. Ils apprennent mieux lorsque les activités d'apprentissage sont signifiantes, pertinentes, réalisables, axées sur des expériences concrètes d'apprentissage et liées à des situations de la vie courante. En bref, chaque élève est capable d'apprendre et de penser.

- ***L'apprentissage est affecté par le climat du milieu d'apprentissage :*** les élèves apprennent mieux lorsqu'ils se sentent acceptés par l'enseignant et par leurs camarades de classe (Marzano, Dimensions of Learning, 1992, page 5). Plus le milieu d'apprentissage est sécurisant, plus les élèves se sentent capables de prendre des risques, d'apprendre et de développer des attitudes et des visions intérieures positives.
- ***L'apprentissage est affecté par les attitudes vis-à-vis des tâches à accomplir :*** les élèves s'engagent physiquement et avec émotion à accomplir des tâches mathématiques lorsque celles-ci sont signifiantes, intéressantes et réalisables. Ces tâches devraient correspondre aux talents et aux intérêts des élèves tout en visant l'atteinte des résultats d'apprentissage prescrits.
- ***L'apprentissage est un processus de développement :*** la compréhension et les idées développées par les élèves sont progressivement élargies et reconstruites au fur et à mesure que ces derniers apprennent de leurs propres expériences et perfectionnent leur capacité de conceptualiser ces expériences. L'apprentissage exige de travailler activement à l'élaboration d'un sens. Il implique l'établissement des liens entre les nouveaux acquis et les connaissances antérieures.
- ***L'apprentissage se produit par la recherche et la résolution de problèmes :*** l'apprentissage est plus significatif lorsque les élèves travaillent individuellement ou en équipes pour identifier et résoudre des problèmes. L'apprentissage, lorsqu'il se réalise en collaboration avec d'autres personnes, est une importante source de motivation, de soutien et d'encadrement. Ce genre d'apprentissage aide les élèves à acquérir une base de connaissances, d'habiletés et d'attitudes leur permettant d'explorer des concepts et des notions mathématiques de plus en plus complexes dans un contexte plus significatif.
- ***L'apprentissage est facilité par l'utilisation d'un langage approprié à un contexte particulier :*** le langage fournit aux élèves un moyen d'élaborer et d'explorer leurs idées et de les communiquer à d'autres personnes. Il leur fournit aussi des occasions d'intérioriser les connaissances et les habiletés.

Nature de l'enseignement

À la lumière des considérations précédentes touchant la nature de l'apprentissage, il est nécessaire de souligner que l'apprentissage des élèves définit l'enseignement et détermine les stratégies utilisées par l'enseignant. L'enseignement de toute discipline doit tenir compte des principes suivants :

- ***L'enseignement devrait être conçu de manière à ce que le contenu soit pertinent aux élèves :*** il est évident que le milieu d'apprentissage est un milieu favorable à l'enseignant pour initier la démarche d'apprentissage des élèves. C'est à lui que revient la tâche de proposer des situations d'apprentissage stimulantes et motivantes en rapport avec les résultats d'apprentissage prescrits. Il devrait agir comme un guide expert sur le chemin de la connaissance, un défenseur des idées et des découvertes des élèves, un penseur créatif et critique et un partisan de l'interaction. De cette façon, il devient un facilitateur qui aide les élèves à reconnaître ce qui est connu et ce qui est inconnu. Il facilite leur représentation du sujet à l'étude et les aide à réaliser des expériences pertinentes permettant de confronter ces représentations. C'est ainsi que l'enseignant devient un partenaire dans le processus dynamique de l'apprentissage.

- ***L'enseignement devrait se produire dans un climat favorisant la démarche intellectuelle :*** c'est à l'enseignant de créer une atmosphère non menaçante et de fournir aux élèves beaucoup d'occasions pour développer leurs habiletés mentales supérieures notamment l'analyse, la synthèse et l'évaluation. C'est à lui que revient la tâche de structurer l'interaction des élèves entre eux avec respect, intégrité et sécurité afin de favoriser le raisonnement et la démarche intellectuelle. Dans une telle atmosphère propice au raisonnement et à l'apprentissage, l'enseignant encourage la pédagogie de la question ouverte et favorise l'apprentissage actif par l'entremise d'activités pratiques axées sur la résolution de problèmes. Il favorise aussi l'ouverture d'esprit dans un environnement où les élèves et leurs idées sont acceptés, appréciés et valorisés et où la confiance en leurs capacités cognitives et créatives est nourrie continuellement.
- ***L'enseignement devrait encourager la coopération entre les élèves :*** en laissant de la place au travail individuel, l'enseignant devrait aussi promouvoir le travail coopératif. Les élèves peuvent travailler et apprendre ensemble, mais c'est à l'enseignant de leur donner des occasions de mieux se familiariser avec les diverses habiletés sociales pour travailler et apprendre en coopérant. Il faut qu'il crée un environnement permettant de prendre des risques, de partager l'autorité et le matériel, de se fixer un objectif d'équipe, de développer la maîtrise de soi et le respect des autres et d'acquérir le sentiment de participer à une interdépendance positive. L'enseignant doit être conscient que les activités d'apprentissage coopératives permettent aux élèves d'apprendre mutuellement et de développer des habiletés sociales, langagières et mentales supérieures. Lorsqu'elles sont menées d'une façon efficace, les activités coopératives obligent les élèves à définir, à clarifier, à élaborer, à analyser, à synthétiser, à évaluer et à communiquer.
- ***L'enseignement devrait être axé sur les modes de raisonnement :*** dans un milieu actif d'apprentissage, l'enseignant devrait responsabiliser chaque élève face à son propre apprentissage et à celui des autres. C'est à lui que revient la responsabilité d'enseigner aux élèves comment penser et raisonner d'une façon efficace. Il devrait sécuriser l'élève et l'encourager à se questionner, à émettre des hypothèses et des inférences, à observer, à expérimenter, à comparer, à classifier,

à induire, à déduire, à enquêter, à soutenir une opinion, à faire des abstractions, à prendre des décisions informées et à résoudre des problèmes. L'enseignant devrait encourager les élèves à prendre des risques et à explorer en toute sécurité. Ils doivent pouvoir le faire avec la certitude que faire des erreurs ou se tromper fait partie intégrante du processus de raisonnement et d'apprentissage. Face à cette réalité, les élèves peuvent essayer de nouvelles avenues et considérer des solutions de remplacement. C'est de cette façon, qu'ils acquièrent, intègrent, élargissent, raffinent et utilisent les connaissances et les compétences et qu'ils collaborent avec le personnel de l'école et les parents et avec les membres et les institutions de la communauté. C'est de cette façon que chaque élève pourra penser et apprendre.

- ***L'enseignement devrait favoriser une variété de styles d'apprentissage :*** il faut que l'enseignant soit conscient qu'à la diversité des styles d'apprentissage correspond une diversité de styles d'enseignement. Il devrait d'abord observer de quelle façon les élèves apprennent le mieux. Il découvre ainsi leurs styles d'apprentissage et leurs intelligences. Ensuite, il devrait mettre en oeuvre une gamme de stratégies d'enseignement efficaces. Dans la mesure du possible, il devrait mettre à leur disposition une variété de ressources pertinentes et utiliser divers documents et outils technologiques, en collaborant avec le personnel de l'école et les parents et avec les membres et les institutions de la communauté.
- ***L'enseignement devrait fournir des occasions de réflexion et de communication :*** enseigner comment réfléchir et communiquer revient à utiliser des stratégies efficaces permettant aux élèves de découvrir le sens de la matière en favorisant la synthèse des nouvelles connaissances et habiletés cognitives et langagières avec celles qui furent acquises auparavant. Ces stratégies devraient aider les élèves à apprendre à raisonner d'une façon autonome et efficace, et à communiquer d'une façon juste et précise à l'écrit comme à l'oral. Tout ceci permet à l'élève de développer des compétences qui l'aident à apprendre tout au long de sa vie.
- ***L'enseignement devrait favoriser une approche scientifique de découverte et d'exploration :*** l'enseignant devrait aménager le milieu d'apprentissage des mathématiques de façon à permettre aux élèves d'explorer eux-mêmes diverses situations réelles, de découvrir des relations et des abstractions et de faire des généralisations parfois sophistiquées. Par la poursuite et le perfectionnement d'une approche scientifique de découverte et d'exploration, la curiosité naturelle des élèves sera encouragée et stimulée. Ils affineront leurs habiletés cognitives, techniques, langagières, sociales et médiatiques, tout en développant des attitudes et des dispositions positives face aux mathématiques. Le milieu d'apprentissage remplira pleinement sa fonction s'il permet aux élèves **de faire des mathématiques**, non

seulement les recevoir passivement, mais les **expérimenter**, les **questionner** et les utiliser dans des situations réelles, variées, signifiantes et en lien avec leur vie quotidienne et leur milieu.

- ***L'enseignement devrait favoriser le développement d'attitudes positives envers les mathématiques :*** l'enseignement des mathématiques contribue au développement d'attitudes positives vis-à-vis le mode de pensée critique et l'apprentissage des mathématiques. Les attitudes étant développées dès le jeune âge, il est important de continuer à développer chez les élèves le sentiment d'émerveillement face au monde vivant et inerte qui les entoure et d'admirer sa structure que les mathématiques expliquent avec simplicité et rigueur. L'enseignant devrait continuer à favoriser ces attitudes chez tous les élèves sans distinction et discrimination. De cette façon, il les amène à être toujours plus conscients des enjeux et à apprécier le rôle que jouent les mathématiques dans l'essor de la société et l'évolution de l'humanité

Processus mathématiques

Afin de répondre aux attentes de l'apprentissage des mathématiques et d'encourager chez l'élève l'éducation permanente, celui-ci doit faire face à certains éléments essentiels, formant les processus mathématiques qui constituent la trame de l'apprentissage et de l'enseignement. Ces processus sont des concepts unificateurs qui pourraient aider l'élève à atteindre les résultats d'apprentissage des programmes de mathématiques de la maternelle à la douzième année. Ils sont un moyen efficace qui permet à l'élève de viser toujours les normes établies par le Conseil national des enseignants de mathématiques (NCTM).

Ces processus sont :

- ***La résolution de problèmes :*** résoudre des problèmes permettant d'appliquer les nouvelles notions mathématiques et d'établir des liens entre elles;
- ***La communication :*** communiquer mathématiquement de façon appropriée;
- ***Le raisonnement :*** raisonner et justifier son raisonnement;
- ***Les liens :*** créer des liens entre les idées et les concepts mathématiques, la vie quotidienne et d'autres disciplines;
- ***L'estimation et le calcul mental :*** utiliser au besoin l'estimation et le calcul mental;
- ***La visualisation :*** utiliser la visualisation afin d'interpréter l'information, établir des liens et résoudre des problèmes;
- ***La technologie :*** choisir et utiliser l'outil technologique approprié à la résolution de problèmes.

Progression de la discipline

Il est un principe général de la pédagogie voulant qu'on apprenne en s'appuyant sur ce qu'on connaît déjà et que ce soit à partir des connaissances acquises que l'on attribue une signification aux connaissances nouvelles, d'où la reconnaissance d'une nécessaire continuité dans la conduite des apprentissages. Ce besoin de continuité devient particulièrement évident en mathématiques, lesquelles ne sont pas un amas de connaissances disparates à mémoriser, mais un réseau des savoirs qui se donnent mutuellement du sens. Ainsi, le concept du nombre est essentiel à la construction de l'addition, laquelle contribue en retour à développer le sens du nombre. De même, à un niveau plus avancé, l'idée de la multiplication permet d'attribuer une signification à la fonction exponentielle, à partir de laquelle il devient possible de construire les logarithmes. Des liens analogues existent entre les habiletés et les connaissances. Ainsi, la multiplication s'avère fort utile dans le calcul d'aires, lequel vient en retour enrichir l'idée de situation multiplicative. D'une façon générale, les progrès récents en didactique des mathématiques ont, une fois de plus, mis en évidence l'importance du développement des habiletés et leurs liens mutuels avec les concepts et les notions mathématiques acquis au cours de l'apprentissage.

Il est important de souligner qu'en faisant des mathématiques, l'élève développe aussi des attitudes positives à l'égard de cette discipline. Il devrait être encouragé à :

- valoriser la contribution des mathématiques, en tant que science et art, à la civilisation et à la culture;
- faire preuve de confiance en soi en résolvant des problèmes;
- apprécier la puissance et l'utilité des mathématiques;
- entreprendre et mener à bien des travaux et des projets mathématiques;
- éprouver un certain plaisir à expérimenter les mathématiques;
- faire preuve de curiosité et de créativité;
- s'engager à poursuivre son apprentissage toute sa vie.

Afin de donner une orientation pratique aux programmes d'études des mathématiques en Nouvelle-Écosse, on y incorpore des considérations qui touchent l'employabilité, l'apprentissage contextuel, l'apprentissage coopératif et l'introduction au choix des carrières. Ces programmes tiennent évidemment compte de la progression des concepts mathématiques et des liens entre eux, de même qu'entre ces concepts et les habiletés mathématiques, langagières, sociales et médiatiques ainsi que du développement continu d'attitudes, ce qui permet d'assurer la progression et la continuité de l'apprentissage pendant toute sa vie.

- De la maternelle à la neuvième année, il y a un cours de mathématiques obligatoire à chaque niveau.
- En 10e année, il y a deux cours : *Mathématiques préemploi 10* et *Mathématiques 10*.
- En 11e année, il y a trois cours : *Mathématiques préemploi 11, Mathématiques 11* et *Mathématiques avancées 11*.
- En 12e année, il y a quatre cours : *Mathématiques préemploi 12*, *Mathématiques 12*, *Mathématiques avancées 12* et *Calcul différentiel et intégral (CAL 12)*.

Composantes pédagogiques du programme d'études

Profil psychopédagogique de l'élève

Afin de pouvoir dresser une image de l'apprentissage correspondant à l'âge chronologique des élèves, les enseignants doivent être conscients que toute personne est naturellement curieuse et aime apprendre. Des expériences cognitives et émotives positives (par exemple, le fait de se sentir en sécurité, d'être accepté et valorisé) déclenchent chez l'élève un enthousiasme à développer une motivation intrinsèque pour l'apprentissage. Les enseignants doivent connaître les étapes du développement cognitif et métacognitif, la capacité de raisonnement des élèves et le style d'apprentissage qu'ils préfèrent. Toutefois, les personnes naissent avec des potentialités et des talents qui leur sont propres. À travers leur apprentissage et leur socialisation, les élèves effectuent des choix variables sur la façon dont ils aiment apprendre et sur le rythme auquel ils sont capables de le faire.

Par conséquent, il est important, pour les enseignants de tous les niveaux, d'être conscients que le fait d'apprendre est un processus naturel qui consiste à poursuivre des résultats d'apprentissage ayant une signification pour soi. Ce processus est intérieur, volitif et actif; il se définit par une découverte et une construction de sens à partir d'une information et d'une expérience l'une et l'autre filtrées par les perceptions, les pensées et les émotions propres de l'élève. Tout ceci nécessite une souplesse de la part de l'enseignant afin de respecter les différences individuelles sur le plan du développement.

L'apprentissage de la langue chez l'élève sera facilité si on part de sujets qui l'intéressent et qui débouchent sur des situations concrètes. L'élève vient à l'école ayant déjà une certaine connaissance du monde qui l'entoure et du langage oral et écrit. Ces connaissances antérieures deviennent le fondement à partir duquel continue l'apprentissage de la communication orale et écrite. L'élève apprend une langue en l'utilisant; ainsi il apprend à lire et à écrire en lisant et en écrivant.

Communiquer est un processus qui est favorisé par l'interaction sociale des élèves à la fois avec l'enseignant et avec les autres élèves. L'enseignant doit être un modèle pour l'élève afin que ce dernier puisse améliorer la qualité de sa communication. L'enseignant doit aussi encourager l'élève à prendre des risques dans le développement des quatre savoirs, car prendre des risques est essentiel au processus d'apprentissage d'une langue. L'apprentissage de la langue doit être partie intégrante de toutes les autres matières à l'école. Afin de pouvoir développer ses talents, l'élève, peu importe son âge, a besoin de recevoir des encouragements dans un environnement où règne un climat de sécurité et de respect.

L'élève doit participer activement à son apprentissage. C'est à l'enseignant de fournir les expériences et les activités qui permettront aux élèves d'élargir leurs connaissances du monde dans lequel ils vivent. Ceci peut se faire en s'inspirant de thèmes tirés des autres disciplines. Plus cette connaissance sera large, plus ils auront à dire et à écrire, plus ils auront le goût et le besoin de communiquer. L'enseignant veillera à susciter chez l'élève une prise en charge progressive de son apprentissage. Les élèves seront encouragés à exprimer leurs idées, à questionner, à expérimenter, à réfléchir aux expériences réussies et non réussies, à développer leur propre méthode de travail et à faire des choix. Cependant la contrainte créative fournie par l'enseignant n'est pas à négliger.

Mais avant tout l'enseignant doit fournir dans sa propre personne un excellent modèle de langue orale et écrite. C'est à travers le modèle de l'enseignant que l'élève réalisera l'importance de la langue comme véhicule de communication.

Résultats d'apprentissage transdisciplinaires reliés aux programmes d'études

Les ministères de l'Éducation de la Nouvelle-Écosse, du Nouveau-Brunswick, de l'Île-du-Prince-Édouard et de Terre-Neuve-et-Labrador ont formulé, par l'entremise du Conseil atlantique des ministres de l'Éducation et de la Formation (CAMEF), sept énoncés décrivant ce que tous les élèves doivent savoir et être capables de faire lors de l'obtention de leur diplôme de fin d'études secondaires. Ces résultats d'apprentissage sont dits transdisciplinaires puisqu'ils ne relèvent pas d'une seule matière en particulier.

Énoncés relatifs aux sept résultats d'apprentissage transdisciplinaires du Canada atlantique	Moyens par lesquels les programmes d'études de mathématiques de la maternelle à la 12e année contribuent à l'atteinte de ces résultats
Le civisme Les finissants seront en mesure d'apprécier, dans un contexte local et mondial, l'interdépendance sociale, culturelle, économique et environnementale.	Les programmes de mathématiques contribuent d'une façon efficace à développer le civisme chez les élèves. Ils les préparent à être des citoyens conscients et éduqués mathématiquement. Ils leur permettent de voir les liens entre les mathématiques, la technologie et la société. Ils développent chez eux l'habileté du raisonnement logique qui leur permet de prendre des décisions éclairées.
La communication Les finissants seront capables de comprendre, de parler, de lire et d'écrire une langue (ou plus d'une), d'utiliser des concepts et des symboles mathématiques et scientifiques afin de penser logiquement, d'apprendre et de communiquer efficacement.	Les mathématiques constituent un moyen d'aborder la communication. Tout au long des programmes, les élèves travaillent à développer des habiletés langagières telles que la production écrite et orale, la compréhension écrite et orale et l'interaction orale, afin de maîtriser les outils de communication qui les rendront capables de s'intégrer facilement au monde scientifique et technologique.
Les compétences en technologie Les finissants seront capable d'utiliser les stratégies et les méthodes nécessaires à la résolution de problèmes, y compris les stratégies et les méthodes faisant appel à des concepts reliés au langage, aux mathématiques et aux sciences.	Le résultat d'apprentissage transdisciplinaire en matière de compétence technologique occupe une place dans les programmes de mathématiques. En étudiant les divers domaines mathématiques, les élèves utilisent l'ordinateur, la calculatrice ainsi que d'autres outils technologiques pertinents. En outre, ces programmes leur permettent de reconnaître la pertinence de toutes ces technologies et leur impact sur la société et l'environnement.
Le développement personnel Les finissants seront en mesure de poursuivre leur apprentissage et de mener une vie active et saine.	Les programmes de mathématiques contribuent à l'épanouissement personnel de l'élève. Ils font ressortir les rôles centraux que jouent les mathématiques dans un grand nombre de professions et de métiers. Ils amènent les élèves à développer un esprit créatif et critique. Ils les mettent dans des situations qui favorisent la curiosité, la persévérance, les bonnes habitudes de travail individuel et collectif. Ils participent à développer chez eux des démarches intellectuelles supérieures et productives dont ils bénéficieront tout au long de leur vie.

Énoncés relatifs aux sept résultats d'apprentissage transdisciplinaires du Canada atlantique	**Moyens par lesquels les programmes d'études de mathématiques de la maternelle à la 12e année contribuent à l'atteinte de ces résultats**
L'expression artistique Les finissants seront en mesure de porter un jugement critique sur diverses formes d'art et de s'exprimer par les arts.	Les programmes de mathématiques sont riches en situations où l'élève doit élaborer des formes et des modèles que l'on retrouve en architecture et dans les arts visuels. En mathématiques, l'élève est souvent invité à présenter avec élégance et éloquence des résultats de recherches théoriques et expérimentales.
La langue et la culture françaises Les finissants seront conscients de l'importance et de la particularité de la contribution des Acadiennes, des Acadiens et d'autres francophones, à la société canadienne. Ils reconnaîtront leur langue et leur culture comme base de leur identité et de leur appartenance à une société dynamique, productive et démocratique dans le respect des valeurs culturelles des autres.	Le résultat d'apprentissage en matière de langue et de culture françaises occupe une place importante dans les programmes de mathématiques. C'est en faisant les mathématiques en français que les élèves utilisent la langue comme véhicule des notions et des concepts, qu'ils développent une fierté dans le rôle que jouent les mathématiciens francophones dans ce domaine et les domaines connexes, et qu'ils deviennent conscients que le français est véhicule et objectif en même temps.
La résolution de problèmes Les finissants seront capables d'utiliser les stratégies et les méthodes nécessaires à la résolution de problèmes, y compris les stratégies et les méthodes faisant appel à des concepts reliés au langage, aux mathématiques et aux sciences.	La résolution de problèmes est l'un des processus utilisés dans les programmes de mathématiques. C'est en faisant des mathématiques que les élèves acquièrent des stratégies de résolution de problèmes. En résolvant des problèmes, ils découvrent les concepts mathématiques et développent des capacités de raisonner de façon créative et critique afin de prendre des décisions éclairées. On peut dire que la résolution de problèmes, qui est au centre de tout apprentissage, est une des principales raisons pour laquelle les élèves font les mathématiques.

Résultats d'apprentissage généraux du programme d'études

Les apprentissages en calcul différentiel et intégral gravitent autour des concepts fondamentaux tels que les fonctions, la limite et la continuité, la dérivée et ses applications, et les intégrales et leurs applications. Ces concepts établissent le fondement de ce programme. Toutefois, ils sont abordés dans un contexte de résolution de problèmes permettant la communication, l'intégration de la technologie et l'exploration des liens entre les mathématiques et d'autres disciplines notamment la physique, la chimie, la biologie, la médecine, l'économie et l'ingénierie.

Le cours de *Calcul 12 (CAL 12)* est un cours avancé de mathématiques destiné aux élèves de la douzième année qui démontrent un intérêt marqué pour les mathématiques et un haut degré d'investissement à la tâche. Il est conçu de façon à offrir aux élèves les notions de base du calcul différentiel et intégral. Il sert de lien entre l'aboutissement des cours de Mathématiques avancées 11 et 12 et les exigences des mathématiques au niveau des programmes postsecondaires. Ce cours exige des élèves des habiletés et des connaissances préalables relevant des différents types de fonctions algébriques et transcendantes et de la résolution d'équations et d'inéquations algébriques. En vue d'explorer, de découvrir et de manipuler les concepts de base du calcul différentiel et intégral, le programme préconise de se limiter aux fonctions algébriques. La dérivation et l'intégration des fonctions transcendantes sont facultatives et elles doivent être explorées à l'aide d'outils technologiques appropriés.

Les résultats d'apprentissage généraux de ce cours sont présentés sous forme d'énoncés généraux qui décrivent les attitudes, les connaissances et les habiletés mathématiques, langagières, sociales et technologiques que l'élève doit acquérir et développer avant la fin de la douzième année pour maîtriser les processus, les concepts et les notions mathématiques préconisés. Ces résultats sont regroupés sous les cinq composantes suivantes, qui représentent l'aspect formel de ce programme, comme l'indique le tableau ci-après :

Composante	**Résultat d'apprentissage général**
La résolution de problèmes	Utiliser différentes stratégies pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques ayant trait au calcul différentiel et intégral.
Les fonctions et les limites	Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.
La dérivée et les règles de dérivation	Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.
Les applications de la dérivée	Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.
Les intégrales : règles et applications	Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

Résultats d'appentissage spécifiques de *Calcul 12*

Les résultats d'apprentissage spécifiques sont des énoncés qui décrivent les connaissances et les habiletés que l'élève doit acquérir et développer dans chaque composante de ce cours. Ces résultats sont élaborés en fonction des résultats d'apprentissage généraux et dans le but d'être un encadrement du contenu notionnel préconisé.

Chaque résultat d'apprentissage spécifique est désigné par une lettre suivie d'un chiffre. La lettre A, B ou C ... indique le résultat d'apprentissage général et le chiffre 1, 2 ou 3 ... indique son ordre relativement à ce résultat. L'ordre de présentation des résultats d'apprentissage spécifiques ne doit pas être nécessairement suivi à la lettre.

Les pages suivantes présentent ces résultats d'apprentissage spécifiques :

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

A. Utiliser différentes stratégies pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques ayant trait au calcul différentiel et intégral.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

A1. résoudre des problèmes relatifs au calcul différentiel et intégral et communiquer les démarches suivies;

A2. résoudre des problèmes relatifs à des disciplines scientifiques et faisant appel aux mathématiques;

A3. analyser des problèmes afin d'en faire ressortir les éléments importants;

A4. acquérir des habiletés particulières pour choisir et utiliser des stratégies de résolution de problèmes;

A5. expliquer clairement, à l'écrit et à l'oral, la solution d'un problème et justifier la démarche suivie;

A6. utiliser des outils technologiques appropriés pour résoudre des problèmes;

A7. travailler seul ou en équipe afin de développer les compétences particulières requises à la résolution de problèmes.

LES FONCTIONS ET LES LIMITES

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B. Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B1. illustrer différentes notations qui décrivent des fonctions et des intervalles;
B2. exprimer le domaine et l'image d'une fonction en notation d'intervalles;
B3. exprimer algébriquement pour deux fonctions données la somme, la différence, le produit et le quotient;
B4. exprimer algébriquement la composition de deux fonctions au moins;
B5. décomposer en facteurs des expressions algébriques polynomiales comportant des exposants entiers et rationnels afin de simplifier des expressions algébriques;
B6. résoudre des équations et des inéquations algébriques dans l'ensemble $\mathbb{R}$;
B7. expliquer, à l'aide d'exemples, la notion de la limite d'une fonction;
B8. faire le lien entre la limite, le taux de variation moyen et la droite sécante;
B9. faire le lien entre la limite, le taux de variation instantané et la droite tangente;
B10. identifier des exemples de fonctions ayant des limites à gauche et des limites à droite, et des exemples de fonctions sans limite;
B11. identifier les intervalles où une fonction donnée est continue ou discontinue et redéfinir la fonction discontinue en vue de supprimer la discontinuité;
B12. illustrer, à l'aide d'exemples appropriés, les règles de calcul de la limite d'une somme, d'une différence, d'un multiple, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance et d'une racine $n^{\text{ième}}$;
B13. utiliser les règles des limites et un outil technologique approprié pour déterminer la limite d'une fonction algébrique, si elle existe, lorsque la variable indépendante tend vers une valeur donnée;
B14. utiliser les règles des limites et un outil technologique approprié pour déterminer la limite d'une fonction algébrique, si elle existe, lorsque la variable indépendante tend vers $\pm\infty$;
B15. utiliser les règles des limites pour déterminer les asymptotes d'une fonction.

LA DÉRIVÉE ET LES RÈGLES DE DÉRIVATION

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C. Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année il est attendu que l'élève pourra :

C1. faire le lien entre la limite, le taux de variation et la dérivée d'une fonction;
C2. utiliser les notations de Lagrange et de Leibniz pour représenter des dérivées;
C3. expliquer, à l'aide d'exemples, comment la dérivée d'une fonction est liée à la pente de la tangente à la courbe représentative de cette fonction;
C4. analyser des exemples de fonctions non dérivables en des points bien déterminés;
C5. faire le lien entre le graphique d'une fonction et celui de sa dérivée;
C6. utiliser la définition de la dérivée pour prouver et appliquer les règles de dérivation d'une puissance, d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient de fonctions dérivables dans un intervalle donné;
C7. expliquer, à l'aide d'exemples, la règle de dérivation en chaîne d'une fonction composée;
C8. appliquer la règle de dérivation en chaîne pour déterminer la dérivée d'une fonction implicite;
C9. établir la relation entre la dérivée d'une fonction et celle de sa fonction réciproque;
C10. déterminer les dérivées successives d'une fonction;
C11. utiliser un outil technologique approprié pour déterminer la dérivée des fonctions sinusoïdales, des fonctions exponentielles et des fonctions logarithmiques simples. (facultatif)

LES APPLICATIONS DE LA DÉRIVÉE

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D. Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D1. utiliser la dérivée première pour calculer la pente et trouver l'équation de la tangente en un point donné sur une courbe définie par son équation;

D2. expliquer que le signe de la dérivée première d'une fonction indique que celle-ci croît ou décroît, et que le signe de sa dérivée seconde indique que sa courbe représentative est concave vers le haut ou vers le bas;

D3. utiliser la dérivée première d'une fonction pour déterminer ses extremums relatifs;

D4. distinguer, dans un intervalle donné, entre les extremums relatifs d'une fonction et ses extremums absolus;

D5. utiliser la dérivée seconde d'une fonction pour déterminer les points d'inflexion et la nature des extremums;

D6. utiliser une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, pour esquisser le graphique des fonctions polynomiales;

D7. expliquer, à l'aide d'exemples appropriés, la règle de l'Hospital et l'utiliser pour déterminer la limite d'une fonction dans le cas où celle-ci tend vers une forme indéterminée 0/0 ou ∞/∞;

D8. utiliser une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, pour esquisser le graphique des fonctions rationnelles et irrationnelles;

D9. comparer des graphiques tracés au moyen d'une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, et à l'aide d'un outil technologique approprié;

D10. calculer au moyen de la dérivée le taux de variation lié dans un contexte de résolution de problèmes concrets;

D11. résoudre au moyen de la dérivée des problèmes concrets d'optimisation ayant trait à d'autres disciplines.

LES INTÉGRALES : RÈGLES ET APPLICATIONS

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E. Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E1. expliquer, à l'aide d'exemples simples, comment la somme de Reimann peut être utilisée pour représenter l'aire sous la courbe d'une fonction polynomiale;

E2. faire le lien entre la somme de Reimann et le symbole d'intégration de Leibniz ∫ (sorte de S allongé) pour représenter l'aire sous la courbe;

E3. déterminer les primitives des fonctions algébriques dans le cadre de résolution de problèmes impliquant des intégrales;

E4. identifier l'intégrale indéfinie $\int f(x)\,dx$ comme la somme d'une primitive $F(x)$ de $f(x)$ et d'une constante c;

E5. décrire la signification du théorème fondamental du calcul intégral en expliquant que l'intégrale définie $\int_a^b f(x)dx$, entre les bornes a et b, est le nombre $F(b) - F(a)$;

E6. faire le lien entre la valeur de l'intégrale entre $x = a$ et $x = b$ et l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses sur l'intervalle [a , b];

E7. utiliser les règles d'intégration ci-après pour déterminer une primitive d'une fonction polynomiale :

$$\int kx^n dx = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad \text{où} \quad n \neq -1$$

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$$

$$\int \left[f(x) \pm g(x)\right]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

E8. déterminer, à l'aide d'un outil technologique approprié, la valeur de l'intégrale définie d'une fonction dans l'intervalle [a , b];

E9. utiliser la technique d'intégration par changement de variable pour résoudre des problèmes;

E10. utiliser le concept de l'intégrale définie pour calculer l'aire comprise entre la courbe représentative de la fonction $f(x)$ et l'axe des abscisses si :
- $f(x)$ est de signe constant sur un intervalle donné
- $f(x)$ est de signe variable sur un intervalle donné;

E11. utiliser le concept de l'intégrale définie pour calculer l'aire comprise entre deux courbes, sur un intervalle donné;

E12. résoudre des équations différentielles du premier ordre, de la forme $\frac{dy}{dx} = f(x)$, afin d'analyser des situations relevant d'autres disciplines;

E13. utiliser un outil technologique approprié pour déterminer l'intégrale des fonctions transcendantes simples; (facultatif)

E14. utiliser la technique d'intégration par parties dans un contexte de résolution de problèmes. (facultatif)

Plan d'études

Dans le plan d'études de ce programme, les résultats d'apprentissage sont présentés sur une double page à quatre colonnes. Dans la première colonne de la page de gauche, on inscrit le résultat d'apprentissage général, suivi de quelques résultats d'apprentissage spécifiques. Dans la deuxième colonne de cette page, intitulée **Pistes d'enseignement**, des pistes sont suggérées en vue de favoriser l'atteinte des résultats d'apprentissage spécifiques et de les préciser davantage. Les **Pistes d'évaluation**, suggérées à la troisième colonne de la page de droite, pourraient être employées dans le cadre de l'évaluation formative et le personnel enseignant pourrait les modifier selon les besoins et les rythmes d'apprentissage des élèves. La quatrième colonne, intitulée **Ressources pédagogiques recommandées**, servira à mentionner des références imprimées, informatiques, technologiques et de manipulation particulièrement utiles en vue de l'atteinte des résultats d'apprentissage.

PLAN D’ÉTUDES

PLAN
D’ÉTUDES

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

A

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

A. Utiliser différentes stratégies pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques ayant trait au calcul différentiel et intégral.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

A1. résoudre des problèmes relatifs au calcul différentiel et intégral et communiquer les démarches suivies;

A2. résoudre des problèmes relatifs à des disciplines scientifiques et faisant appel aux mathématiques;

A3. analyser des problèmes afin d'en faire ressortir les éléments importants;

A4. acquérir des habiletés particulières pour choisir et utiliser des stratégies de résolution de problèmes;

A5. expliquer clairement, à l'écrit et à l'oral, la solution d'un problème et justifier la démarche suivie;

A6. utiliser des outils technologiques appropriés pour résoudre des problèmes;

A7. travailler seul ou en équipe afin de développer les compétences particulières requises à la résolution de problèmes.

Résutats d’apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

A.
Utiliser différentes stratégies pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques ayant trait au calcul différentiel et intégral.

En douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

A1.
résoudre des problèmes relatifs au calcul différentiel et intégral et communiquer les démarches suivies;
A2.
résoudre des problèmes relatifs à des disciplines scientifiques et faisant appel au calcul différentiel et intégral;
A3.
analyser des problèmes afin d’en faire ressortir les éléments importants;
A4.
acquérir des habiletés particulières pour choisir et utiliser des stratégies de résolution de problèmes;
A5.
expliquer clairement, à l’écrit et à l’oral, la solution d’un problème et justifier la démarche suivie;
A6.
utiliser des outils technologiques appropriés pour résoudre des problèmes;

*suite...***Résultats d’apprentissage spécifiques**

A7.
travailler seul ou en équipe afin de développer les compétences particulières requises à la résolution de problèmes.

Pistes d’enseignement

Le processus de résolution de problèmes est au coeur de la pédagogie de l’apprentissage des mathématiques. Il doit être intégré à toutes les autres composantes de ce cours. En résolvant des problèmes abstraits et concrets, les élèves peuvent développer leur pensée critique et leur raisonnement logique. En calcul différentiel et intégral, la résolution de problèmes doit favoriser l’utilisation des outils technologiques appropriés, la communication orale et écrite des démarches suivies et le développement des compétences mathématiques qui rendent les élèves capables de comprendre des concepts mathématiques avancés tels que la limite, la dérivée et l’intégrale, ainsi que leurs applications.

Expliquer aux élèves que le processus de résolution de problèmes est plus que la compétence de trouver les réponses d’un problème soumis sous forme d’énoncé. Il comprend d’autres compétences telles qu’être capable de communiquer clairement et correctement, de travailler efficacement en équipe et d’utiliser adéquatement des outils technologiques.

Amener les élèves à être conscients que la résolution d’un problème ne se fait pas nécessairement du premier coup, et qu’il est parfois nécessaire d’y revenir plusieurs fois, en le révisant, puis en essayant de le résoudre.
Distribuer aux élèves des activités portant sur des problèmes interdisciplinaires faisant appel au calcul différentiel et intégral. Leur demander de résoudre ces problèmes. Une fois la solution d’un problème trouvée, les amener à généraliser et à étendre la portée de ce problème.

Confier aux élèves la tâche de résoudre des problèmes concrets qui font appel au calcul différentiel et intégral et à un outil technologique approprié. Leur demander ensuite de présenter la démarche suivie au reste de la classe.
Demander aux élèves de résoudre, en équipes de deux, des problèmes concrets. Les inciter à discuter du cheminement de leurs idées et de la démarche qu’ils suivent. Leur faire remarquer le type de stratégie inhérente à leur façon de penser et à leur rythme d’apprentissage.

Poser aux élèves des questions pertinentes visant à orienter leur démarche en résolvant des problèmes, afin de les aider à organiser les données connues et à identifier les grandeurs inconnues à déterminer.

Pistes d'évaluation

Évaluer l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes tout au long de ce cours en observant comment ils travaillent en équipe, comment ils communiquent à l'écrit et à l'oral la démarche suivie et comment ils utilisent les outils technologiques appropriés.

Demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe. Pendant qu'ils font leur présentation, vérifier si l'élève :

- organise les données de façon claire et logique;
- emploie un langage approprié;
- clarifie l'exposé du problème;
- décrit succinctement la démarche suivie.

Pendant que les élèves résolvent des problèmes, circuler dans la classe afin de vérifier les approches qu'ils emploient, en leur posant des questions qui les incitent à :

- paraphraser les problèmes dans leurs propres mots;
- expliquer oralement la démarche utilisée pour résoudre les problèmes;
- relier les stratégies utilisées à des situations nouvelles;
- relier les mathématiques à d'autres disciplines et au monde du travail.

Évaluer le processus de résolution de problèmes des élèves qui travaillent en équipes, à l'aide d'une échelle d'appréciation incluant des critères tels que : L'élève :

- lit et comprend le problème;
- élabore un plan;
- collabore avec ses partenaires;
- participe efficacement au travail;
- vérifie la vraisemblance des réponses.

Demander aux élèves de tenir un journal de bord dans lequel ils décrivent les stratégies utilisées pour résoudre des problèmes. Leur demander également de mentionner les stratégies qui ont bien fonctionné et celles qui n'ont pas fonctionné lors de la résolution de problèmes particuliers.

Élaborer avec les élèves une liste de critères visant à vérifier leurs propres habiletés en matière de résolution de problèmes et en utilisation d'outils technologiques tels que la calculatrice à affichage graphique et l'ordinateur.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

LES FONCTIONS ET LES LIMITES

B

FONCTIONS ET LIMITES

LES FONCTIONS ET LES LIMITES

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B. Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Dans cette composante, il est attendu que l'élève pourra :

B1. illustrer différentes notations qui décrivent des fonctions et des intervalles;
B2. exprimer le domaine et l'image d'une fonction en notation d'intervalles;
B3. exprimer algébriquement pour deux fonctions données la somme, la différence, le produit et le quotient;
B4. exprimer algébriquement la composition de deux fonctions au moins;
B5. décomposer en facteurs des expressions algébriques polynomiales comportant des exposants entiers et rationnels afin de simplifier des expressions algébriques;;
B6. résoudre des équations et des inéquations algébriques dans l'ensemble $\mathbb{R}$;
B7. expliquer, à l'aide d'exemples, la notion de la limite d'une fonction;
B8. faire le lien entre la limite, le taux de variation moyen et la droite sécante;
B9. faire le lien entre la limite, le taux de variation instantané et la droite tangente;
B10. identifier des exemples de fonctions ayant des limites à gauche et des limites à droite, et des exemples de fonctions sans limite;
B11. identifier les intervalles où une fonction donnée est continue ou discontinue et redéfinir la fonction discontinue en vue de supprimer la discontinuité;
B12. illustrer, à l'aide d'exemples appropriés, les règles de calcul de la limite d'une somme, d'une différence, d'un multiple, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance et d'une racine $n^{\text{ième}}$;
B13. utiliser les règles des limites et un outil technologique approprié pour déterminer la limite d'une fonction algébrique, si elle existe, lorsque la variable indépendante tend vers une valeur donnée;
B14. utiliser les règles des limites et un outil technologique approprié pour déterminer la limite d'une fonction algébrique, si elle existe, lorsque la variable indépendante tend vers $\pm\infty$;
B15. utiliser les règles des limites pour déterminer les asymptotes d'une fonction.

Résultats d’apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

En douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

B1.
illustrer différentes notations qui décrivent des fonctions et des intervalles;

B2.
exprimer le domaine et l’image d’une fonction en notation d’intervalles;

Pistes d’enseignement

Rappeler aux élèves la méthode de déterminer le degré d’une fonction polynomiale à l’aide de la méthode des différences finies. Ils doivent être amenés à comprendre que si les différences :

- premières sont constantes, la fonction est affine;
- deuxièmes sont constantes , la fonction est quadratique;
- troisièmes sont constantes, la fonction est cubique, et ainsi de suite.

Attirer leur attention sur le lien qui existe entre la valeur de la différence finie et le coefficient du terme de plus grand degré de la fonction.
Au cours de cette activité, amener les élèves à se familiariser avec les notations fonctionnelles qui servent à écrire une fonction.

Expliquer aux élèves comment représenter un intervalle borné ouvert, semi-ouvert à droite, semi-ouvert à gauche et fermé, et un intervalle non borné ouvert et fermé. Les élèves doivent être familiarisés avec la notation ensembliste et la représentation graphique à l’aide de la droite réelle.
Exemple :
Soit x un nombre réel plus grand ou égal au nombre réel a et strictement plus petit que le nombre réel b, ($a < b$). On peut représenter cet intervalle comme suit ($\mathbb{R}$ est l’ensemble des nombres réels) :

Intervalle	Notation ensembliste	Représentation graphique
$x \in \left[a, b\right[$	$\left\{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\right\}$	

Amener les élèves à distinguer entre le graphe d’une fonction $f(x)$ et son graphique. Le graphe de $f(x)$ est l’ensemble des points du plan cartésien de coordonnées (x, y), où $x \in$ domaine de la fonction $y = f(x)$ et y est son image, tandis que son graphique est sa représentation visuelle dans un système d’axes.

Par l’entremise d’exemples, montrer aux élèves comment représenter le domaine et l’image d’une fonction.
Exemple :
Soit la fonction $y = f(x) = \dfrac{x}{x-2}$ Cette fonction est définie pour toutes les valeurs réelles de x qui n’annulent pas le dénominateur. Son domaine peut être exprimé comme suit :

$$\mathbb{R}\backslash\{2\} \text{ ou } \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2\} \text{ ou } x \in \left]-\infty, 2\right[\cup \left]2, +\infty\right[$$

$$\mathbb{R}\backslash\{1\} \text{ ou } \{y \in \mathbb{R} \mid y \neq 1\} \text{ ou } y \in \left]-\infty, 1\right[\cup \left]1, +\infty\right[$$

Par la suite, réunir les élèves en équipes de deux et leur confier la tâche de déterminer le domaine et l’image de quelques fonctions polynomiales, rationnelles, valeur absolue, racine et définies par morceaux.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de décrire brièvement la manière dont ils s'y prennent pour expliquer à un pair la relation qui existe entre la valeur de la différence finie commune et le coefficient du terme de plus haut degré d'une fonction polynomiale. Noter dans quelle mesure la description proposée

- utilise les termes mathématiques corrects;
- fournit des exemples clairs et précis.

Pendant que les élèves travaillent à déterminer le domaine et l'image d'une fonction, observer s'ils sont capables de reconnaître que le domaine d'une fonction

- polynomiale est l'ensemble des nombres réels;
- rationnelle est l'ensemble des nombres réels à l'exception des valeurs de la variable indépendante qui annulent le dénominateur;
- racine est l'ensemble des nombres réels qui rendent le radicande plus grand ou égal à zéro.

Donner aux élèves la fonction $f(x) = \dfrac{x^2}{(x+2)(x-1)(x-3)}$. Leur demander :

- de déterminer les restrictions qui s'appliquent à la variable x;
- d'expliquer pourquoi chacune des notations ci-après ne représente pas l'image:
  a) $\mathbb{R} \setminus \{-2,1,3\}$
  b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2, 1, 3\}$
  c) $x \in \left]-\infty, -2\right[\cup \left]-2, 1\right[\cup \left]1, 3\right[\cup \left]3, +\infty\right[$

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B3.
exprimer algébriquement pour deux fonctions données la somme, la différence, le produit et le quotient;

B4.
exprimer algébriquement la composition de deux fonctions au moins;

Pistes d'enseignement

Par l'entremise d'exemples variés, montrer aux élèves qu'ils peuvent effectuer des opérations sur les fonctions à partir des quatre opérations arithmétiques, soit la somme, la différence, le produit et le quotient. Les élèves doivent comprendre que ces opérations permettent de définir des fonctions plus complexes à partir de fonctions simples et, réciproquement, elles permettent de décomposer une fonction donnée en parties plus simples.

Réunir les élèves en équipes de deux. Leur confier la tâche de résoudre des problèmes tels que le suivant :

> Étant donné les deux fonctions rationnelles $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ et $g(x) = \frac{x}{x-5}$, déterminer chacune des fonctions définies ci-après et indiquer en notation ensembliste son domaine et son image :
> $(f+g)(x)$ $(f-g)(x)$ $(f \times g)(x)$ $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

Une fois le problème résolu, inviter des élèves à présenter leurs solutions au reste de la classe.

Les élèves doivent savoir qu'en plus de pouvoir combiner des fonctions par l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, ils peuvent les combiner par une méthode appelée composition. À l'aide d'un exemple concret, introduire la définition de la composition de deux fonctions f et g comme suit : $(f \circ g)(x) = f(g(x))$. Attirer l'attention des élèves au fait que la fonction composée $(f \circ g)$ transforme x en deux étapes. D'abord la fonction g agit sur x pour donner $g(x)$, ensuite la fonction f agit sur $g(x)$ pour donner $f(g(x))$.

Par la suite, demander aux élèves de résoudre le problème ci-après :

Soit les deux fonctions : $f(x) = \sqrt{2x - 12}$ et $g(x) = 3x$.

a) Trouver $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$. Que constatez-vous?

b) Déterminer les domaines de f, g, $(f \circ g)$ et $(g \circ f)$.

c) Déterminer les images de $(f \circ g)$ et $(g \circ f)$.

Les élèves doivent montrer à l'écrit toutes les explications nécessaires.

Pistes d'évaluation

Donner aux élèves les deux fonctions suivantes : $f(x) = x^2 - 6x + 8$ et $g(x) = x^2 - 4$
Leur demander de travailler en équipes de deux pour touver les fonctions combinées suivantes :

a) $(f + g)(x)$

b) $(f - g)(x)$

c) $(f \times g)(x)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

Pendant qu'ils travaillent, circuler parmi eux et leur poser des questions qui les incitent à expliquer comment ils ont déterminé les restrictions qui s'appliquent à la variable x.

Réunir les élèves en petites équipes. Leur confier la tâche de résoudre le problème ci-après :
Soit les deux fonctions suivantes : $f(x) = x^2 - 5x + 6$ et $g(x) = \sqrt{x}$
Trouver :

a) $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$

b) $(f \circ g)(4)$ et $(g \circ f)(4)$

c) le domaine et l'image de f, g, $(f \circ g)$ et $(g \circ f)$

Une fois le problème résolu, vérifier la clarté et l'exactitude des solutions. Les élèves doivent être en mesure :

- d'expliquer à l'écrit la démarche utilisée lors de la résolution de ce problème;
- de trouver des réponses correctes;
- de justifier la vraisemblance des réponses.

Confier aux élèves la tâche de résoudre un problème concret qui fait appel à la composition des fonctions. Une fois la tâche terminée, leur demander de se réunir en équipes de deux afin d'échanger leurs solutions pour y identifier les points forts et les points faibles et suggérer des corrections si nécessaire.

Demander aux élèves de décrire dans leur journal de bord la démarche générale à suivre pour trouver la composée de <u>deux</u> fonctions. Leur demander ensuite d'utiliser les deux fonctions $f(x) = \sqrt{-x - 1}$ et $g(x) = |x|$ pour expliquer dans leurs propres mots si la fonction composée $(f \circ g)$ existe ou n'existe pas.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra *:*

B5.
décomposer en facteurs des expressions algébriques polynomiales comportant des exposants entiers et rationnels afin de simplifier des expressions algébriques;

B6.
Résoudre des équations et des inéquations algébriques dans l'ensemble $\mathbb{R}$;

Pistes d'enseignement

La factorisation des expressions algébriques polynomiales du troisième degré et plus joue un rôle essentiel dans la simplification de ces expressions et l'étude des fonctions surtout au niveau de la détermination des zéros d'une fonction et la détermination des intervalles où elle est croissante ou décroissante. Rappeler aux élèves les formules de base nécessaires pour décomposer en facteurs un polynôme de degré 2 ou de degré 3 telles que :

- la différence de deux carrés $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- la différence de deux cubes $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- la somme de deux cubes $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- le trinôme $ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$où les racines r_1 et r_2 sont données par la formule $r = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Il est fort recommandé de faire travailler les élèves sur des exemples qui font intervenir le théorème du reste et celui des facteurs ainsi que la division d'un polynôme par un binôme.
Exemple :
Décomposer en facteurs les polynômes suivants :
$P(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$ et $Q(x) = 3x^3 + x^2 - 22x - 24$
et simplifier l'expression $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$

Réunir les élèves en équipes de deux. Leur confier la tâche de résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-après :

a) $x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 12x = 0$

b) $\dfrac{x-4}{(x+2)(x-3)} = 0$

c) $\sqrt{x} - 2 = \sqrt{x-16}$

d) $|x + 1| + |x + 3| = 6$

Une fois les équations résolues, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Montrer aux élèves comment résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations ci-après et comment présenter les solutions. Un tableau de signes s'avère très utile dans des situations pareilles.

a) $x^2 - 4x + 3 > 0$

b) $(x^2 - 1)(x^2 + x - 2) \geq 0$

c) $\dfrac{x^2 - 6x}{(x-2)(x+4)} < 0$

Par la suite, leur confier la tâche de résoudre des problèmes impliquant des inéquations algébriques.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de résoudre le problème ci-après :
Soit la fonction $f(x) = x^3 - 13x + 12$.

a) Écrire cette fonction sous la forme d'un produit des facteurs.
b) Trouver les zéros de la fonction.
c) Trouver les intervalles où cette fonction est positive.
d) Trouver les intervalles où cette fonction est négative.

Pendant que les élèves résolvent ce problème, circuler dans la classe et vérifier s'ils sont capables de :

– trouver un premier facteur en essayant différentes valeurs dans la fonction selon la méthode des zéros rationnels;
– déterminer un autre facteur par une division selon la méthode extensive ou la méthode raccourcie (la division synthétique);
– déterminer les facteurs d'un trinôme du second degré;
– déterminer le signe d'un polynôme en utilisant un tableau de signes;
– noter un intervalle selon différentes représentations.

Réunir les élèves en équipes de deux. Demander à chaque élève d'expliquer à son partenaire le lien qui existe entre le signe du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ et le signe du coefficient a et le discriminant .
Les élèves peuvent utiliser des exemples afin de clarifier leurs explications.
Au cours de cette interaction entre les membres de chaque équipe, s'assurer que les élèves comprennent que :

– si $b^2 - 4ac$, le trinôme a le même signe que a pour les valeurs de x situées à l'extérieur des racines et il a un signe contraire à celui de a pour les valeurs de x comprises entre les deux racines;
– si $b^2 - 4ac = 0$, le trinôme a le même signe que a quelle que soit la valeur de $x \in \mathbb{R}$;
– si $b^2 - 4ac < 0$, le trinôme a le même signe que a quelle que soit la valeur de $x \in \mathbb{R}$.

Administrer aux élèves un test papier-crayon incluant des situations de résolution d'équations et d'inéquations.
En corrigeant les travaux des élèves, porter une attention particulière sur leur habileté à :

– décomposer en facteurs des polynômes;
– simplifier des expressions rationnelles;
– identifier les restrictions à la variable quand c'est nécessaire;
– utiliser correctement un tableau de signes;
– trouver des réponses correctes;
– écrire des intervalles en notation appropriée.

Demander aux élèves d'expliquer dans leur journal de bord pourquoi le domaine de la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 9}$ est l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

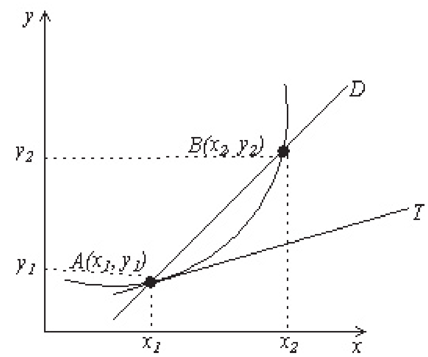
En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B7.
expliquer, à l'aide d'exemples, la notion de la limite d'une fonction;

B8.
faire le lien entre la limite, le taux de variation moyen et la droite sécante;

Pistes d'enseignement

Le traitement du concept de la limite doit être intuitif. Il n'est pas question d'aborder ce concept du point de vue formel en douzième année. Il n'est pas question non plus de présenter la limite dans toute sa généralité. Avant d'aborder ce concept, réviser avec les élèves la formule de la pente d'une droite qui passe par deux points et l'équation d'une droite de pente donnée qui passe par un point donné.



Afin d'aider les élèves à comprendre le concept de la limite, utiliser une approche géométrique pour leur montrer comment la droite sécante *AB*, en pivotant autour du point *A* de la courbe représentative d'une fonction $y = f(x)$, s'approche de la droite tangente en *A* à cette courbe. L'explication doit amener les élèves à voir clairement que cette droite tangente est la limite de la droite sécante quand x_2 tend x_1. En calcul différentiel, on traduit cette phrase comme suit $T = \lim\limits_{x_2 \to x_1} D$: (T = la droite tangente et D = la droite sécante).

Par l'entremise d'exemples concrets, expliquer aux élèves la notion du taux de variation moyen. Les exemples doivent les amener à comprendre la définition de ce taux de variation pour la fonction $y = f(x)$dans l'intervalle de x_1 à x_2, qui est la suivante : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.
(La lettre grecque Δ signifie la variation de...). Les amener à comparer ce taux avec la pente de la droite sécante.
Par la suite, demander aux élèves de résoudre le problème ci-après :
On lance une fusée miniature verticalement vers le haut. Son altitude h, en m, en fonction du temps t, en s, est représentée par la fonction $h(t) = 5t^2 + 20t + 2$. Calculer le taux de variation moyen de cette altitude en fonction du temps, pendant la deuxième seconde de vol ($1 \le t \le 2$).
Une fois le problème résolu, discuter avec les élèves de la signification concrète du taux de variation moyen dans le contexte de ce problème.

Réunir les élèves en petites équipes et leur confier la tâche de résoudre des problèmes tels que le suivant :
Soit la fonction $y = f(x) = 3x^2 + 4x + 2$.

a) Déterminer $f(5)$ et $f(7)$.
b) Calculer le taux de variation moyen dans l'intervalle $5 \le x \le 7$ ou $x \in [5,7]$.
c) Déterminer l'équation de la droite sécante passant par les deux points de la courbe représentative de cette fonction qui ont pour abscisses 5 et 7.

Les élèves doivent donner à l'écrit toutes les explications nécessaires.

Pistes d'évaluation

S'assurer que les élèves peuvent faire le lien entre le taux de variation moyen et la pente de la droite sécante. Ils doivent démontrer qu'ils sont capables de faire ce lien et qu'ils comprennent le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes concrets.

Demander aux élèves de donner un exemple concret pour illustrer le calcul du taux de variation moyen.

Demander aux élèves de résoudre le problème ci-après :
Soit la fonction $f(x) = 4x^3 - 5x + 1$.

a) Calculer le taux de variation moyen de cette fonction dans l'intervalle $x \in [2,4]$.
b) Trouver l'équation de la droite sécante qui passe par les deux points de la courbe représentative de cette fonction ayant pour abscisses 2 et 4.

Une fois le problème résolu, réunir les élèves en équipes de deux. Leur demander d'échanger leurs solutions afin de discuter des démarches suivies et de suggérer des corrections si nécessaire.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B9.
faire le lien entre la limite, le taux de variation instantané et la droite tangente;

Pistes d'enseignement

Expliquer aux élèves que pour la fonction, le taux de variation instantané de y par rapport à x au point (x_1, y_1) est la valeur limite du taux de variation moyen lorsque la différence entre les abscisses des points (x_1, y_1) et (x_2, y_2), notée $\Delta x = x_2 - x_1$, diminue de manière constante vers 0.
Les élèves doivent comprendre la formule de définition du taux de variation instantané qui est la suivante :

$$\text{Taux de variation instantané} = \lim_{x_2 \to x_1} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Amener les élèves à comprendre la notion du taux de variation instantané et son lien avec le concept de limite à l'aide de l'exemple ci-après :
Étant donné la fonction $y = f(x) = x^3 - x^2 + 1$ et deux points A(3, $f(3)$) et $(x, f(x))$ sur la courbe représentative de cette fonction.

a) Calculer en fonction de x la valeur de $\Delta y = f(x) - f(3)$.
b) Calculer en fonction de x la valeur de $\dfrac{f(x) - f(3)}{x - 3}$.
(Réponse : $x^2 + 2x + 6$)
c) Calculer la valeur numérique de $\dfrac{f(x) - f(3)}{x - 3}$. (Réponse : 21)

Montrer aux élèves que ce taux de variation instantané est calculé au point A(3, **f**(3)) quand x tend vers 3, et qu'il représente la pente de la droite tangente en ce point A à la courbe représentative de la fonction.
Par la suite, expliquer aux élèves comment déterminer l'équation de cette droite tangente en A.
Prolongement : Dire aux élèves que la droite normale en A à la courbe est la droite perpendiculaire en ce point à la droite tangente. Leur rappeler que le produit des pentes de ces deux droites est égal à -1, puis leur expliquer comment déterminer l'équation de la droite normale.

Par l'entremise d'exemples simples, amener les élèves à comprendre la définition générale de la limite L d'une fonction $y = f(x)$ quand x tend vers un nombre réel a $(x \to a)$: $L = \lim_{x \to a} f(x)$.

Attirer l'attention des élèves aux points importants suivants :

- Lorsque x tend vers a, il faut considérer que x appartient au domaine de la fonction $f(x)$ et qu'il doit être différent de a.
- Insister sur le fait que plus x s'approche de a, plus $f(x)$ s'approche de L, quand L existe.

Pistes d'évaluation

S'assurer que les élèves comprennent que :

- le taux de variation moyen entre deux points sur la courbe représentative d'une fonction représente la pente de la sécante passant par ces deux points;
- le taux de variation instantané en un point précis sur la courbe représentative d'une fonction représente la pente de la tangente en ce point à la courbe.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des problèmes tels que le suivant :
Soit la fonction cubique $f(x) = x^3 - 2$. On désigne par C sa courbe représentative ou son graphique.

a) Montrer que C passe par le point A (1, -1).

b) Soit $B(x, x^3 - 2)$ un point quelconque de C. Déterminer une expression algébrique en fonction de x qui représente la pente m_{AB} de la sécante AB. (Réponse : $x^2 + x + 1$).

c) Transcrire les tables de valeurs ci-après et les compléter :

Ce tableau montre que x s'approche de 1 par la droite

x	2	1,5	1,1	1,01	1,001
m_{AB}					

Ce tableau montre que x s'approche de 1 par la gauche

x	0	0,5	0,9	0,99	0,999
m_{AB}					

d) Utiliser ces tables pour évaluer la pente de la tangente à C au point A.

e) Utiliser la définition du taux de variation instantané pour calculer la pente de la tangente à C au point A.

f) Déterminer l'équation de la tangente en A à C .

g) Déterminer l'équation de la normale en A à C.

Corriger le test en portant une attention particulière aux explications fournies afin de s'assurer que les élèves ont bien acquis les concepts mathématiques étudiés.

Demander aux élèves d'expliquer dans leur journal de bord comment déterminer l'équation de la tangente et celle de la normale à la courbe représentative de la fonction $f(x) = x^2 - 7x + 12$ lorsque $x = 2$.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B10.
identifier des exemples de fonctions ayant des limites à gauche et des limites à droite, et des exemples de fonctions sans limite;

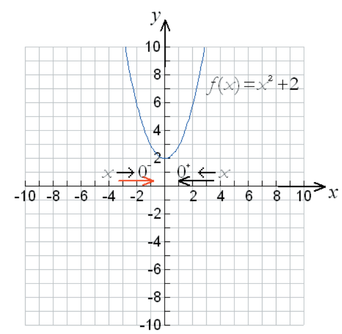
B11.
identifier les intervalles où une fonction donnée est continue ou discontinue et redéfinir la fonction discontinue en vue de supprimer la discontinuité;

Pistes d'enseignement

Mentionner aux élèves que la limite d'une fonction $f(x)$ est un outil mathématique qui permet d'étudier le comportement de $f(x)$ lorsque la valeur de x s'approche de plus en plus d'un nombre a. À l'aide d'une droite numérique ou d'un graphique, expliquer aux élèves que la valeur de x peut tendre vers a par la droite et par la gauche.

Se servir du graphique de la fonction $f(x) = x^2 + 2$ pour expliquer comment déterminer $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0}(x^2 + 2)$.

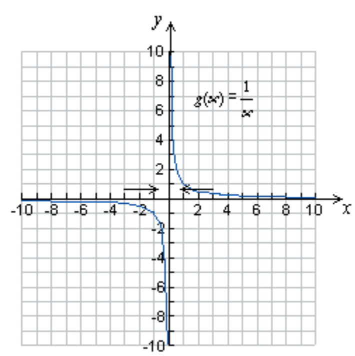
L'explication doit clarifier les points suivants :

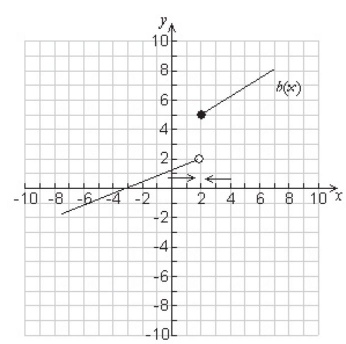


- Lorsque x tend vers 0 par la gauche (noté $x \to 0^-$), les valeurs de $f(x)$ décroissent et s'approchent de 2. Ceci se traduit par $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 2$ lorsque $x \to 0^-$. C'est la limite à gauche de $f(x)$.
- Lorsque x tend vers 0 par la droite (noté $x \to 0^+$), les valeurs de $f(x)$ décroissent et s'approchent de 2. Ceci se traduit par $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 2$ lorsque $x \to 0^+$. C'est la limite à droite de $f(x)$.
- La limite de $f(x)$ en $x = 0$ n'existe que si et seulement si sa limite à gauche de 0 est identique à celle à droite de 0. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 2$
- Lorsque x tend vers 0 par la droite ou par la gauche, $f(x)$ s'approche de 2. On utilise la notation de limite pour représenter cette situation : $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0}(x^2 + 2) = 2$

Se servir des graphiques des deux fonction $g(x)$ et $h(x)$ afin de montrer aux élèves que :

a) $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$ n'existe pas; b) $\lim\limits_{x \to 2} h(x)$ n'existe pas.





Utiliser les graphiques des pistes précédentes afin d'expliquer aux élèves la continuité et la discontinuité d'une fonction. Attirer l'attention des élèves sur le lien qui existe entre la coupure d'un graphique et la discontinuité.

Pistes d'évaluation

Distribuer aux élèves le graphique de la fonction $g(x)$ ci-contre. Leur demander de vérifier si les énoncés suivants sont vrais :

a) $\lim\limits_{x \to 2^-} g(x) = -\infty$

b) $\lim\limits_{x \to 2^+} g(x) = -\infty$

c) $\lim\limits_{x \to 2^-} g(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} g(x)$

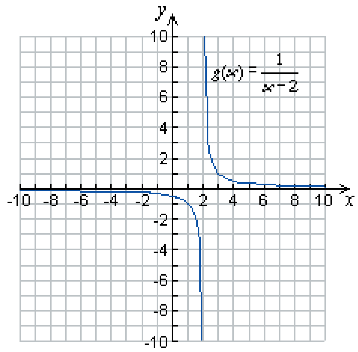
d) $\lim\limits_{x \to 2} g(x)$ n'existe pas quand $x \to 2$

e) Le graphique comporte une coupure en $x = 2$, par conséquent la fonction $g(x)$ est discontinue en $x = 2$

f) La fonction $g(x)$ est continue dans l'intervalle $x \in \left]-\infty,\ 2\right]$

g) La fonction $g(x)$ est continue dans l'intervalle $x \in \left]2, +\infty\right[$

h) Le nombre 2 est dans le domaine de $g(x)$.



Les élèves doivent justifier leurs réponses dans leurs propres mots.

Confier aux élèves la tâche de résoudre le problème suivant :
Soit la fonction $f(x)$ définie par morceaux ou par intervalles comme suit :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \in \left[-5, 2\right[\\ x - 2 & \text{si } x \in \left[2, 5\right[\end{cases}$$

a) Tracer un graphique sommaire de cette fonction;

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$

c) Expliquer pourquoi cette fonction est discontinue et indiquer où se produit la discontinuité;

d) Expliquer comment on peut rendre cette fonction continue en la définissant de manière appropriée.

Une fois le problème résolu, réunir les élèves en équipes de deux. Leur demander d'échanger leurs solutions afin de vérifier la démarche suivie et les réponses trouvées et de suggérer des corrections si nécessaire.

Afin de réfléchir à leurs apprentissages, demander aux élèves de compléter les énoncés suivants :

- Une fonction $f(x)$ est continue en $x = a$ si :
  - le nombre a est dans ______________________________
  - $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ ______________________________
  - $\lim\limits_{x \to a} f(x) =$ ______________________________
- Une fonction $f(x)$ est discontinue en $x = a$ si :
  - le nombre a est dans ______________________________
  - $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ ______________________________
  - $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq$ ______________________________

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d’apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

En douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

B12.
illustrer, à l’aide d’exemples appropriés, les règles de calcul de la limite d’une somme, d’une différence, d’un multiple, d’un produit, d’un quotient, d’une puissance et d’une racine $n^{\text{ième}}$;

B13.
utiliser les règles des limites et un outil technologique approprié pour déterminer la limite d’une fonction algébrique, si elle existe, lorsque la variable indépendante tend vers une valeur donnée;

Pistes d’enseignement

Les élèves ont déjà découvert le concept de la limite en étudiant les taux de variation moyen et instantané et en déterminant les pentes de la sécante et de la tangente. Comme c’est déjà mentionné, il n’est pas question d’aborder ce concept du point de vue formel en douzième année. Toutefois, à l’aide d’exemples simples, expliquer aux élèves les règles qui établissent les liens entre le calcul des limites et les opérations sur les fonctions déjà vues.

Afin de commencer à utiliser les règles de calcul des limites, introduire les propriétés de base des limites des fonctions polynomiales ci-après :
Si a et c sont deux nombres réels et n un nombre entier, alors :

- $\lim\limits_{x\to a} c = c$ (la limite d’une constante c = la constante elle-même)
- $\lim\limits_{x\to a} x = a$
- $\lim\limits_{x\to a} x^n = a^n$, avec $a \neq 0$ si $n \leq 1$.

Par la suite, présenter aux élèves les règles suivantes qu’ils doivent admettre telles quelles parce que leur démonstration dépasse le niveau de ce cours :
Étant donné deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ ayant les limites respectives L_1 et L_2 en $x = a$.

Règle 1 : $\lim\limits_{x\to a}\left[cf(x)\right] = c\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\right] = cL_1$, où c est une constante.

Règle 2 : $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x) \pm g(x)\right] = \lim\limits_{x\to a} f(x) \pm \lim\limits_{x\to a} g(x) = L_1 + L_2$.

Règle 3 : $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x) \times g(x)\right] = \lim\limits_{x\to a} f(x) \times \lim\limits_{x\to a} g(x) = L_1 \times L_2$.

Ensuite, réunir les élèves en équipes de deux et leur confier la tâche de résoudre le problème ci-après :
Utiliser les règles des limites pour déterminer :

a) $\lim\limits_{x\to -2}(2x^2 + 3x + 6)$, si elle existe;

b) $\lim\limits_{x\to 1}(2x^3 + 4x^2 - 3x + 1)$, si elle existe;

c) $\lim\limits_{x\to -3}(4x^2 - 3x + 1)(x^3 - 21)$, si elle existe.

Une fois le problème résolu, inviter des élèves volontaires à présenter leurs solutions au reste de la classe.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de résoudre le problème ci-après :
Étant donné la fonction $f(x) = x^3 - 9x$. Vérifier que $\lim_{x \to 2} f(x) = -10$ en utilisant :

- les règles des limites;
- une substitution directe;
- une table de valeurs;
- un graphique sommaire.

Pendant que les élèves résolvent ce problème, circuler parmi eux et leur poser des questions pertinentes qui les incitent à expliquer dans leurs mots chacune des méthodes utilisées. S'assurer que les élèves utilisent la terminologie mathématique appropriée.

Réunir les élèves en équipes de deux. Demander à chaque élève de soumettre à son partenaire une situation qui nécessite le calcul des limites à l'aide des règles étudiées. Une fois les limites calculées, chaque élève doit expliquer à son partenaire la démarche qu'il a suivie.

En vue d'évaluer les habiletés des élèves relatives au calcul des limites, leur demander d'élaborer individuellement une liste des difficultés et des confusions les plus courantes qu'ils ont rencontrées. Par la suite, leur demander de comparer leur liste et d'élaborer une liste globale pouvant servir comme point de repère pour identifier les points sur lesquels il leur faut travailler davantage pour s'améliorer.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B12.
illustrer, à l'aide d'exemples appropriés, les règles de calcul de la limite d'une somme, d'une différence, d'un multiple, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance et d'une racine n$^{\text{ième}}$;

B13.
utiliser les règles des limites et un outil technologique approprié pour déterminer la limite d'une fonction algébrique, si elle existe, lorsque la variable indépendante tend vers une valeur donnée;

Pistes d'enseignement

Présenter aux élèves la règle de calcul de la limite du quotient de deux fonctions. Les élèves doivent accepter cette règle sans démonstration.
Soit les deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ ayant les limites respectives L_1 et L_2 en $x = a$, (avec $L_2 \neq 0$, sans cette condition, on ne peut pas appliquer la règle)

Règle 4 : $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right) = \dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$.

Par la suite, demander aux élèves d'utiliser cette règle pour résoudre le problème ci-après :

a) Déterminer la limite $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)$ si $f(x) = x^2 + 3x - 10$ et $g(x) = x - 2$, si elle existe.

b) Déterminer la limite $\lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)$ si $f(x) = x + 1$ et $g(x) = x^2 - 4x - 5$, si elle existe.

Une fois le problème résolu, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Comme pour les autres règles de calcul des limites, présenter aux élèves la règle relative au calcul de la limite d'une racine n$^{\text{ième}}$, que les élèves doivent aussi accepter sans démonstration.
Soit la fonction $f(x)$ définie dans un domaine D et ayant une limite L en $x = a$.

Règle 5 : si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = L$, alors :

- n est impair, la limite $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)}$ existe et l'on a $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L}$;
- n est pair et $L > 0$, la limite $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)}$ existe et l'on a $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L}$;
- Dans les deux cas, on a $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L}$.

Par la suite, demander aux élèves d'utiliser cette règle pour résoudre le problème ci-après :
Soit la fonction $f(x) = x^2 - 3x - 18$.

a) Évaluer la limite $\lim\limits_{x\to -2}\sqrt{f(x)}$, si elle existe.

b) Évaluer la limite $\lim\limits_{x\to -2}\sqrt[3]{f(x)}$, si elle existe.

Une fois le problème résolu, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de décrire brièvement dans leurs propres mots la manière dont ils s'y prennent pour décrire à un pair pourquoi :

– la limite $\lim_{x\to 1}\left(\frac{6x^3 - 3}{4x^2 - 2x}\right)$ existe;

– la limite $\lim_{x\to 1}\left(\frac{3x^5 - 2x^3 + 6x^2}{x^2 - 3x + 2}\right)$ n'existe pas.

Observer dans quelle mesure la description proposée comprend les étapes à suivre.

Afin d'évaluer si les élèves peuvent faire le lien entre la continuité et la limite d'une fonction racine, leur confier la tâche de résoudre le problème ci-après :
Soit la fonction *f*(*x*), définie par morceaux pour $x \in [0, \infty[$, ci-après :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } 0 \le x \le 4 \\ \sqrt[3]{\dfrac{x^2 + 2x + 8}{2x - 4}} & \text{si } 4 < x \end{cases}$$

Montrer que *f*(*x*) est continue en $x = 4$.
Pendant que les élèves résolvent ce problème, circuler dans la classe et vérifier s'ils sont capables de :

– calculer $\lim_{x\to 4^-} f(x)$;
– calculer $\lim_{x\to 4^+} f(x)$;
– conclure que la limite existe;
– justifier pourquoi la fonction est continue.

Administrer aux élèves un test papier-crayon incluant des questions telles que les suivantes :
Étant donné les fonctions $f(x) = x^2 - 9$ et $g(x) = x^2 - 4$.
Déterminer chacune des limites suivantes, si elle existe :

a) $\lim_{x\to 2}\sqrt{f(x)}$;

b) $\lim_{x\to 1}\sqrt[3]{f(x)}$;

c) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{\sqrt[3]{f(x)}}{g(x)}\right)$.

Les élèves doivent donner toutes les explications nécessaires.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B.
Analyser les liens qui existent entre des fonctions et utiliser rigoureusement le concept de limite dans un contexte de résolution de problèmes.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

B14.
utiliser les règles des limites et un outil technologique approprié pour déterminer la limite d'une fonction algébrique, si elle existe, lorsque la variable indépendante tend vers ± ∞;

B15.
utiliser les règles des limites pour déterminer les asymptotes d'une fonction.

Pistes d'enseignement

Activer les connaissances antérieures des élèves au sujet du comportement d'une fonction $f(x)$ lorsque x tend vers $\pm\infty$. Pour ce faire, leur confier la tâche de faire l'activité suivante :
Décrire le comportement, lorsque $x \to +\infty$ et lorsque $x \to -\infty$, de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$
b) $f(x) = -x^2 - 4x + 5$
c) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 4$
d) $f(x) = -2x^3 + 8x^2 - 5x + 3$

Cette activité doit amener les élèves à se rappeler du comportement des fonctions polynomiales lorsque $x \to \pm\infty$.

Par l'entremise de la fonction $f(x) = \dfrac{1}{x}$, expliquer aux élèves comment déterminer la limite d'une fonction rationnelle lorsque $x \to \pm\infty$. L'utilisation d'un outil technologique approprié s'avère très utile afin de permettre aux élèves de découvrir que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Par la suite, les réunir en petites équipes et leur confier la tâche de déterminer les limites ci-après :

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(2+\frac{1}{x^2}\right) \qquad \lim_{x\to\pm\infty}\left(3-\frac{2}{x^2}+\frac{5}{x^3}\right)$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x^2-1}{x^2+3}\right) \qquad \lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{3x^2-7x+4}{5x^3+x^2-x-9}\right)$$

Une fois la tâche terminée, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Demander aux élèves d'expliquer pourquoi :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\sqrt{9x^2+8x-1}}{x}\right) = +3 \quad \text{et} \quad \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{\sqrt{9x^2+8x-1}}{x}\right) = -3 \quad .$$

Par l'entremise d'exemples variés, amener les élèves à comprendre la notion de l'asymptote du graphique d'une fonction. Les graphiques des fonctions rationnelles peuvent illustrer la signification de l'asymptote verticale ($x = a$ est une asymptote verticale, lorsque la fonction tend vers $+\infty$ ou $-\infty$ quand x tend vers a), de l'asymptote horizontale ($y = L$ est une asymptote horizontale, lorsque y tend vers L quand x tend vers $+\infty$ ou $-\infty$) et de l'asymptote oblique.
Les fonctions ci-après en sont des exemples :

a) $f(x) = \dfrac{4x^2-2}{x^2-1}$

b) $f(x) = \dfrac{6x}{x^2+1}$

c) $f(x) = \dfrac{2x^2-4}{x+3}$.

Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves résolvent des problèmes qui font intervenir le comportement à l'infini d'une fonction polynomiale, circuler parmi eux et leur poser des questions qui les incitent à expliquer le comportement de la fonction si :

- son degré est pair et son coefficient principal est positif;
- son degré est pair et son coefficient principal est négatif;
- son degré est impair et son coefficient principal est positif;
- son degré est impair et son coefficient principal est négatif.

Confier aux élèves la tâche d'utiliser une calculatrice à affichage graphique, ou un ordinateur doté d'un logiciel graphique, pour déterminer la limite de la fonction $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ quand $x \to \pm\infty$ et les asymptotes de son graphique. S'assurer que les élèves sont capables d'expliquer pourquoi le graphique n'a pas d'asymptote verticale et pourquoi $y = 0$ est une asymptote horizontale.

Demander à chaque élève d'expliquer à un camarade de classe pourquoi la fonction $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)(x-2)(x-3)}$ admet :

a) $\{x \in \text{ú} \mid x \neq -1, 2, 3\}$ comme domaine;
b) $x = -1$, $x = 2$ et $x = 3$ comme asymptotes verticales;
c) $y = 0$ comme asymptote horizontale.

Demander aux élèves de compiler un portfolio de cette composante incluant :

- une description des concepts et des notions mathématiques étudiés;
- une description des stratégies utilisées pour acquérir et appliquer ces concepts et ces notions;
- des activités variées qui constituent une preuve de l'atteinte des résultats d'apprentissage prescrits;
- des tests.

Par la suite, inviter les élèves à des rencontres individuelles afin de discuter avec eux du contenu de leur portfolio et de la progression de leurs apprentissages.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

LA DÉRIVÉE ET LES RÈGLES DE DÉRIVATION

C

DÉRIVÉE ET RÈGLES DE DÉRIVATION

LA DÉRIVÉE ET LES RÈGLES DE DÉRIVATION

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C. Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C1. faire le lien entre la limite, le taux de variation et la dérivée d'une fonction;
C2. utiliser les notations de Lagrange et de Leibniz pour représenter des dérivées;
C3. expliquer, à l'aide d'exemples, comment la dérivée d'une fonction est liée à la pente de la tangente à la courbe représentative de cette fonction;
C4. analyser des exemples de fonctions non dérivables en des points bien déterminés;
C5. faire le lien entre le graphique d'une fonction et celui de sa dérivée;
C6. utiliser la définition de la dérivée pour prouver et appliquer les règles de dérivation d'une puissance, d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient de fonctions dérivables dans un intervalle donné;
C7. expliquer, à l'aide d'exemples, la règle de dérivation en chaîne d'une fonction composée;
C8. appliquer la règle de dérivation en chaîne pour déterminer la dérivée d'une fonction implicite;
C9. établir la relation entre la dérivée d'une fonction et celle de sa fonction réciproque;
C10. déterminer les dérivées successives d'une fonction;
C11. utiliser un outil technologique approprié pour déterminer la dérivée des fonctions sinusoïdales, des fonctions exponentielles et des fonctions logarithmiques simples. (facultatif)

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

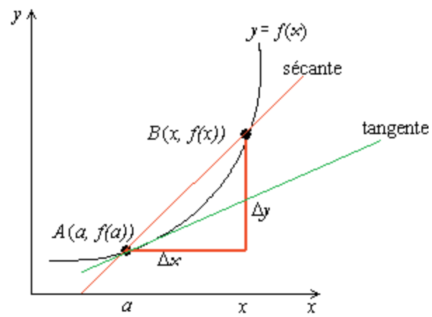
C1.
faire le lien entre la limite, le taux de variation et la dérivée d'une fonction;

C2.
utiliser les notations de Lagrange et de Leibniz pour représenter des dérivées;

C3.
expliquer, à l'aide d'exemples, comment la dérivée d'une fonction est liée à la pente de la tangente à la courbe représentative de cette fonction;

Pistes d'enseignement

Les élèves ont déjà étudié comment évaluer le taux de variation instantané et la limite d'une fonction au moyen de graphiques, de tableaux et de règles. Par l'entremise d'exemples variés, les amener à comprendre qu'il existe des techniques algébriques pour calculer de façon exacte le taux de variation instantané d'une fonction.



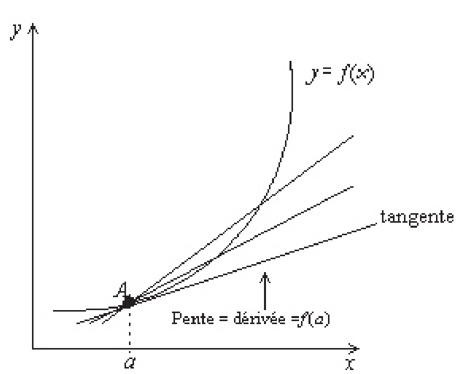
Introduire la définition de la dérivée d'une fonction $y = f(x)$ en un point $x = a$ de son graphique au moyen d'une approche géométrique comme le montre l'explication ci-après :
Soit les deux points A et B du graphique de la fonction $y = f(x)$ définie et continue dans un intervalle I.
On désigne par Δx la différence entre l'abscisse de B et celle de A, $\Delta x = x - a$ ou $x = a + \Delta x$. Les coordonnées du point B sont ($x = a + \Delta x, f(a + \Delta x)$,). À remarquer que $\Delta y = f(a + \Delta x) - f(a)$.
Rappeler aux élèves que la pente de la tangente en $x = a$ est égale au taux de variation instantané. Par conséquent, la

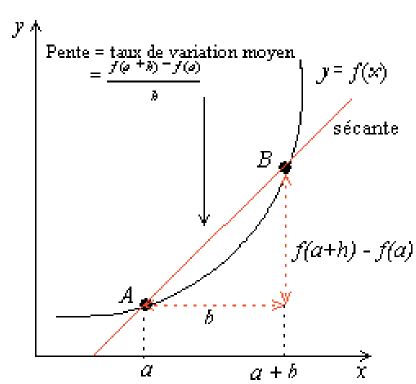
pente de la tangente = $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$

C'est cette limite de la fonction $y = f(x)$ au point $x = a$, qui représente la pierre angulaire du calcul différentiel, qu'on appelle la dérivée d'une fonction . Sa notation est :

- de Lagrange : $y = f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ ou
  $y = f'(a) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$ (lire «y ou f prime de a»);
- de Leibniz : $\dfrac{df}{dx}(a)$ ou $\dfrac{dy}{dx}(a)$ (lire df sur dx ou dy sur dx pour $x = a$, la lettre d symbolise la différentielle).

Utiliser les deux figures ci-après afin de faire visualiser aux élèves le lien entre le taux de variation, la limite et la dérivée en un point. Remarquer que $\Delta x = b$.





Pistes d'évaluation

Demander aux élèves d'expliquer dans leurs mots ce qu'est la dérivée d'une fonction et comment elle est reliée à la pente de la sécante et de la tangente.

Danielle utilise la formule $f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ pour calculer la dérivée de $f(x) = x^2 - 3x$ au point (1, -2).
Sa solution est celle ci-après :

- Elle remplace a par 1 $\quad f'(1) = \lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$
- Elle remplace $f(x)$ par $f(1)$ $\quad f'(1) = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x^2 - 3x) - (1 - 3)}{x - 1}$
- Elle développe et simplifie $\quad f'(1) = \lim\limits_{x \to 1}(x + 3)$
- Elle remplace x par 1 $\quad f'(1) = 4$

Demander aux élèves d'examiner la solution de Danielle afin d'identifier l'erreur commise et d'apporter les corrections nécessaires.

Confier aux élèves la tâche de résoudre le problème suivant :

Étant donné la fonction $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$. Déterminer au point (2, 1) du graphique de cette fonction :
a) la valeur de $f'(2)$;
b) la pente de la tangente au graphique en ce point;
c) l'équation de cette tangente.
Une fois le problème résolu, demander aux élèves d'expliquer la solution à un camarade de classe. S'assurer que les élèves emploient au cours des explications la terminologie, les manipulations algébriques et les notations appropriées.

Afin de les amener à réfléchir à leurs apprentissages, demander aux élèves de répondre à des questions telles que les suivantes :

- Quelle limite utiliserez-vous pour déterminer la dérivée d'une fonction $f(x)$ en $x = a$?
- Quelles sont les deux interprétations de la dérivée $f'(a)$?

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C4.
analyser des exemples de fonctions non dérivables en des points bien déterminés;

C5.
faire le lien entre le graphique d'une fonction et celui de sa dérivée;

Pistes d'enseignement

Amener les élèves à comprendre comment obtenir la définition de la fonction dérivée à partir de la dérivée d'une fonction en un point bien précis. Leur expliquer que pour passer de la formule de définition

$f'(a) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$ de la dérivée de $f(x)$ en $x = a$ à la fonction dérivée, il faut remplacer la constante a par la variable indépendante x. Ainsi, la formule de définition de la fonction dérivée de $f(x)$ est

$f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ pour toutes les valeurs de x pour lesquelles il existe une limite.

Réunir les élèves en petites équipes. Leur confier la tâche de montrer que chacune des fonctions ci-après n'est pas dérivable au point indiqué :

a) $f(x)=|x|$ au point $x = 0$.

b) $f(x)=|x - 1|$ au point $x = 1$.

c) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ au point $x = 0$.

d) $f(x) = \sqrt{x}$ au point $x = 0$.

Une fois la tâche terminée, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Note : Les élèves peuvent examiner si $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ existe, alors la fonction $f(x)$ est dérivable au point $x = a$, sinon, elle ne l'est pas.

Par l'entremise d'exemples variés, amener les élèves à découvrir qu'une fonction est non dérivable en un point déterminé à cause d'une discontinuité, d'un angle, d'un point de rebroussement ou d'une tangente verticale en ce point.

Demander aux élèves d'utiliser la formule $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ pour déterminer que la dérivée de la fonction $f(x) = x^2 - 6x + 5$, en un point quelconque x de son domaine, est $f'(x) = 2x - 6$.

Par la suite, leur demander de tracer les graphiques de $f(x)$ et de $f'(x)$ et de les utiliser pour répondre aux questions ci-après :

a) Quelle est la valeur de $f'(x)$ au point $x = 3$? Quelle est celle de $f(x)$? Que constatez-vous?

b) Quel est le signe de $f'(x)$ pour x €]-∞, 3]? Comment se comporte $f(x)$ dans cet intervalle?

c) Quel est le signe de $f'(x)$ pour x €[3, ∞[? Comment se comporte $f(x)$ dans cet intervalle?

d) Tracer les tangentes au graphique de $f(x)$ aux points $x = 1$, $x = 3$ et $x = 5$.

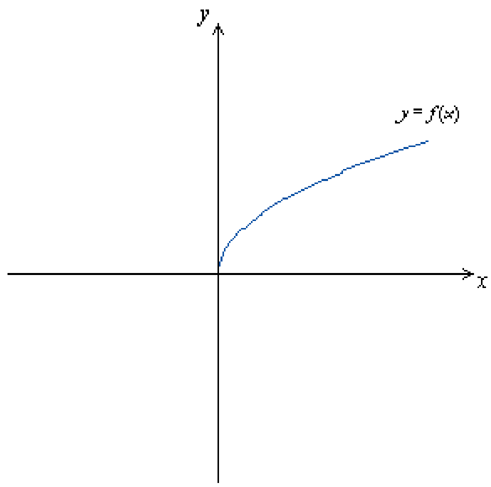
e) Connaissant le graphique de $f'(x)$, expliquer comment tracer celui de la fonction $f(x)$.

Variante : Les élèves peuvent utiliser un outil technologique approprié pour répondre à ces questions.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves d'utiliser la formule de définition de la fonction dérivée pour déterminer la dérivée de la fonction $f(x) = -2x^3 + x$. Observer les élèves afin de vérifier s'ils sont capables de trouver la bonne réponse.

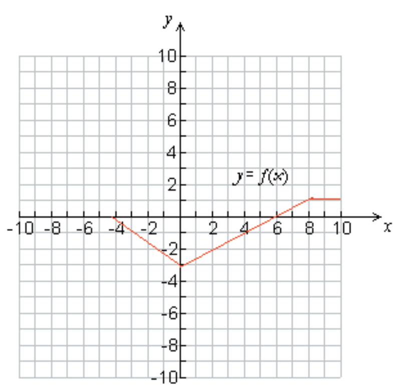
Demander aux élèves d'expliquer comment le graphique ci-contre de la fonction $y = f(x)$ permet de voir que cette fonction n'est pas dérivable au point $x = 0$. S'assurer que les élèves peuvent faire le lien entre la position verticale de la tangente en $x = 0$ et l'inexistence de la dérivée.

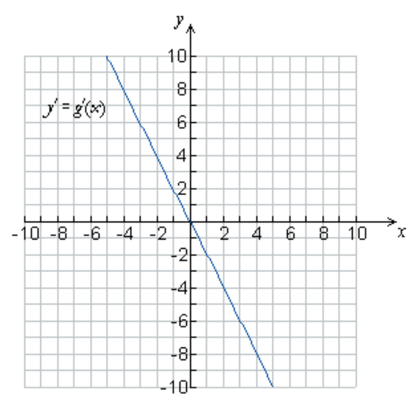


Pendant que les élèves résolvent des problèmes, circuler parmi eux et leur fournir de la rétroaction sur la façon dont ils utilisent la formule de définition de la dérivée pour montrer qu'une fonction n'est pas dérivable en un point précis.

Distribuer aux élèves les deux graphiques ci-dessous et leur demander de tracer le graphique :

– de la dérivée $y' = f'(x)$ à partir de celui de la fonction $y = f(x)$;
– de la fonction $y = g(x)$ à partir de celui de sa dérivée $y' = g'(x)$.





Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C6.
utiliser la définition de la dérivée pour prouver et appliquer les règles de dérivation d'une puissance, d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient de fonctions dérivables dans un intervalle donné;

Pistes d'enseignement

Amener les élèves à découvrir que la dérivée de la fonction constante $y = f(x) = c$ est $y' = f'(x) = 0$. Une approche géométrique permet de voir que le graphique de la fonction est une droite horizontale et que sa pente, qui est égale à la dérivée, est nulle. L'application de la formule de définition de la dérivée aboutit facilement à la règle.

Demander aux élèves de découvrir la dérivée de la fonction $y = f(x) = x^n$. Leur suggérer de faire la preuve pour $n = 1, 2, 3$, etc. afin de déduire que la dérivée est $y' = f'(x) = cn^{n-1}$.

Par la suite, leur expliquer que la dérivée de la fonction $y = cf(x) = cx^n$, où c est une constante, est $y' = cf'(x) = cnx^{n-1}$.

Réunir les élèves en petites équipes et leur confier la tâche de déterminer la dérivée $y' = \dfrac{dy}{dx}$ de chacune des fonctions suivantes :

a) $y = 3x^4$

b) $y = -4x^3$

c) $y = 5x^{\frac{3}{2}}$

d) $y = 2\sqrt{x}$

e) $y = \dfrac{2}{x^3}$.

Une fois la tâche terminée, inviter des élèves volontaires à présenter leurs solutions au reste de la classe.

Demander aux élèves de résoudre des problèmes tels que celui ci-après :
Soit la fonction $f(x) = -3x^4$ et la droite d'équation $y = \dfrac{-2x}{3} + 5$.
Déterminer le point du graphique de la fonction donnée où la tangente est perpendiculaire à la droite. (Réponse : $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{16}\right)$)

Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves font des preuves au sujet de la dérivée de la fonction puissance, circuler dans la classe et noter dans quelles mesures ils sont capables d'utiliser correctement les manipulations algébriques au cours des démarches suivies.

Confier aux élèves la tâche de résoudre le problème ci-après :
Un objet tombe en chute libre. La distance, h, en mètres, parcourue par l'objet après un temps t, en secondes, est représentée par $h(t) = 4{,}9t^2$. Quelle est la distance parcourue par l'objet s'il frappe le sol à la vitesse de 14,3 m/s?

Remarque : la dérivée du déplacement par rapport à t correspond au vecteur vitesse $v = \frac{dh}{dt}$.

Une fois le problème résolu, réunir les élèves en équipes de deux et leur demander de comparer leurs solutions afin d'y identifier les points forts et les points faibles et de suggérer des corrections si nécessaire.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des questions telles que les suivantes :
Déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a) $y = 3x^2$

b) $f(x) = -5$

c) $h(x) = -3x^4$

d) $g(x) = \dfrac{5}{x^2}$

e) $y = 4x^{\frac{1}{2}}$

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C6.
utiliser la définition de la dérivée pour prouver et appliquer les règles de dérivation d'une puissance, d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient de fonctions dérivables dans un intervalle donné;

Pistes d'enseignement

Amener les élèves à découvrir que si $f(x)$ et $g(x)$ sont deux fonctions dérivables dans un intervalle donné, alors la fonction somme, ou la fonction différence, $F(x) = f(x) \pm g(x)$ est aussi dérivable dans cet intervalle.
La règle se traduit comme suit en notation de :

- Lagrange : $F'(x) = f'(x) \pm g'(x)$
- Leibniz : $\dfrac{d}{dx}F(x) = \dfrac{d}{dx}\left[f(x) + g(\mathrm{x})\right] = \dfrac{d}{dx}f(x) + \dfrac{d}{dx}g(x)$.

Attirer l'attention des élèves au fait que cette règle peut s'étendre à la somme ou à la différence de plus de deux fonctions.

Réunir les élèves en petites équipes et leur confier la tâche de trouver la dérivée de chacune des fonctions ci-après :

a) $y = 4x^2 + 5x$
b) $y = 6x^3 + 3x^2 + 8$
c) $y = 3x^{-2} - 5x$
d) $y = x^3 - 5x^2 - 8x$
e) $f(x) = 3x^4 + x^3 - 5x^2 + 2x - 9$.

Une fois la tâche terminée, amener les élèves à vérifier que la dérivée d'une fonction polynomiale de la forme

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots a_1 x^1 + a_0$
où $n \in$ ù est
$f'(x) = na_n x^{n-1} + (n - 1)a_{n-1}x^{n-2} + \ldots a_1$

Amener les élèves à découvrir que si $f(x)$ et $g(x)$ sont deux fonctions dérivables dans un intervalle donné, alors la fonction produit $f(x) \times g(x)$ est dérivable dans cet intervalle. La formule se traduit comme suit :
$(f(x) \times g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ ou $\dfrac{d}{dx}(f(x) \times g(x)) = \dfrac{df(x)}{dx}g(x) + f(x)\dfrac{dg(x)}{dx}$.
Attirer l'attention des élèves au fait que cette règle peut s'étendre au produit de plusieurs fonctions.
Par la suite, réunir les élèves en petites équipes et leur demander de résoudre des problèmes impliquant cette règle.

Par l'entremise d'exemples simples, aider les élèves à découvrir la règle de dérivation d'une fonction à la puissance n. Si $y = [f(x)]^n$, alors sa dérivée est $y' = nf'(x)[f(x)]^{n-1}$

Exemple : Soit $y = (5x - 2)^3$. On peut l'écrire $y = (5x - 2)(5x - 2)(5x - 2)$ et appliquer la règle de la dérivée du produit comme suit :

$y = 5(5x - 2)(5x - 2) + (5x - 2) \times 5 \times (5x - 2) + (5x - 2)(5x - 2) \times 5$, donc
$y = 3[5(5x - 2)^2]$

Mentionner aux élèves que $n = 3$, $n - 1 = 2$ et la dérivée de $(5x - 2) = 5$.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de formuler dans leurs propres mots les règles de dérivation suivantes :

– la règle de la somme;
– la règle de la différence;
– la règle du produit;
– la règle de dérivation d'une fonction à la puissance *n*.

Demander à chaque élève d'expliquer à un camarade de classe comment déterminer le point du graphique de la fonction $y = -3x^3 + 2x - 1$ où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = 2x + 10$.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des questions telles que les suivantes :

Utiliser la définition de la dérivée pour déterminer la dérivée de la fonction $y = (2x + 1)(3 - x)$.

Utiliser les règles de dérivation pour déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 3$

b) $g(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

c) $h(x) = \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2} - \frac{6}{x^3}$

d) $y = (x^2 - 1)(3x + 2)$

e) $y = (2x + 3)^4$

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C6.
utiliser la définition de la dérivée pour prouver et appliquer les règles de dérivation d'une puissance, d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient de fonctions dérivables dans un intervalle donné;

Pistes d'enseignement

Amener les élèves à découvrir que si $f(x)$ et $g(x)$ sont deux fonctions dérivables dans un intervalle donné commun et si $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$, alors la dérivée de $h(x)$ est :

$$h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{[g(x)]^2}$$ -, où $g(x) \neq 0$, en notation de Lagrange;

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{\left[\dfrac{df(x)}{dx}\right]g(x) - \left[\dfrac{dg(x)}{dx}\right]f(x)}{[g(x)]^2}$$, où $g(x) \neq 0$,

en notation de Leibniz.

Note : Pour prouver cette règle, les élèves peuvent appliquer la règle de dérivation du produit sur $f(x) = h(x)g(x)$ afin d'aboutir à la règle du quotient.

Réunir les élèves en petites équipes et leur confier la tâche d'utiliser la formule de définition de la dérivée pour déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a) $h(x) = \dfrac{2}{x}$

b) $h(x) = \dfrac{x - 1}{x}$

Expliquer aux élèves que la différentielle dy d'une fonction dérivable s'obtient à partir de la notation de Leibniz comme suit :

Si $y = f(x)$, alors sa dérivée s'écrit $\dfrac{dy}{dx} = f'(x)$, donc sa différentielle est donnée par la formule $dy = f'(x)dx$.

L'exemple ci-après permet d'illustrer l'utilisation de cette formule :

Soit la fonction $y = f(x) = \dfrac{1}{x^2}$.

Sa différentielle $dy = f'(x)dx = -2x^{-3}dx = \left(\dfrac{-2}{x^3}\right)dx$.

Sa valeur au point $x = 2$ est $dy = \left(\dfrac{-1}{4}\right)dx$.

Attirer leur attention sur le fait que la différentielle dy représente une très petite variation de la fonction $y = f(x)$ quand la variable indépendante x subit une très petite variation dx au point considéré.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de formuler dans leurs propres mots la règle de la dérivée du quotient.

Demander à chaque élève d'expliquer à un camarade de classe comment déterminer la dérivée de la fonction rationnelle $y = \frac{2x - 5}{3x + 1}$.
Pendant que les élèves travaillent sur cette fonction, circuler dans la classe afin de vérifier s'ils

- utilisent un vocabulaire approprié au concept de la dérivée;
- appliquent correctement la règle de la dérivée du quotient.

Donner aux élèves le scénario suivant :
Pour trouver la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{x^4 - 3x}{x^2}$, Michel a utilisé la règle du quotient. Au lieu d'employer cette méthode, Nathalie a divisé chaque terme du numérateur par le dénominateur pour faire une simplification. Elle a ensuite trouvé la dérivée de chaque terme.

Demander aux élèves de calculer la dérivée de cette fonction au moyen de chaque méthode, d'expliquer la méthode qu'ils préfèrent et de préciser pourquoi.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des questions telles que les suivantes :
Utiliser la règle du quotient afin de calculer :

a) $f'(x)$ de la fonction $f(x) = \frac{(x+4)(x-2)}{x(2x+1)}$;

b) $\frac{dy}{dx}$ de la fonction $y = \frac{x - 4}{(3x-1)(3x+2)}$.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d’apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d’une fonction est une limite que l’on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

C7.
expliquer, à l’aide d’exemples, la règle de dérivation en chaîne d’une fonction composée;

C8.
appliquer la règle de dérivation en chaîne pour déterminer la dérivée d’une fonction implicite;

Pistes d’enseignement

Les élèves doivent comprendre que la règle de dérivation en chaîne est un outil puissant en calcul différentiel. Par l’entremise d’exemples variés, amener les élèves à découvrir cette règle qui stipule que si y est une fonction de u, c’est-à-dire $y = f(u)$, et si u est une fonction de x, c’est-à-dire $u = g(x)$, ainsi on peut écrire $y = f(g(x))$, alors la dérivée est $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$. Noter que les fonctions $f(u)$ et $g(x)$sont toutes les deux dérivables.
Cette règle permet de trouver la dérivée d’une fonction composée des fonctions. Sous sa forme simplifiée, la règle de la dérivée en chaîne peut s’écrire comme suit :
Si $y = u^n$ et u est une fonction de x, alors sa dérivée est $y' = nu'u^{n-1}$.

Exemple :
Soit la fonction $y = (2x^3 - 3)^4$. Ici $u = 2x^3 - 3$ et $u' = 6x^2$. Par conséquent, la dérivée $y' = 4 \text{ x } 6x^2(2x^3 - 3)^{4-1}$ qu’on peut écrire $y = 24x^2(2x^3 - 3)^3$.
Par la suite, réunir les élèves en petites équipes et leur confier la tâche de déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes en utilisant la règle de la dérivation en chaîne :

a) $y = 2(3x+1)^4$

b) $y = \frac{-2}{(1-3x)^3}$

c) $y = \sqrt{2x+3}$

d) $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x}$.

Les élèves ont déjà appris à dériver des fonctions définies explicitement par des équations de la forme $y = f(x)$. L’équation d’un cercle ou d’une ellipse est un exemple typique d’une fonction implicite.

Prendre l’équation $x^2 + y^2 = 16$ d’un cercle de centre à l’origine et de rayon 4 unités. Cette équation est une relation implicite. Pour déterminer la dérivée $\frac{dy}{dx}$, il faut calculer la dérivée de chaque membre de l’équation par rapport à x :
$\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(y^2) = \frac{d}{dx}(16)$. Utiliser la règle de dérivation en chaîne pour dériver y^2. En dérivant, on obtient $2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$. En isolant, on obtient $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ (en notation de Leibniz), ou $y' = -\frac{x}{y}$ (en notation de Lagrange).
Par la suite, demander aux élèves d’utiliser la dérivation implicite pour trouver $y' = \frac{dy}{dx}$ de :

a) $x^2 + xy + 3y^2 = 27$
b) $x^3 - 4x^2y + 3xy^2 = 10$

Pistes d'évaluation

Relativement à une fonction telle que $f(x) = 2(x^2 - 3)^3$, demander aux élèves de discuter de chacune des méthodes suivantes pour trouver la dérivée en utilisant :

- le développement;
- la dérivée d'un produit;
- la dérivation en chaîne.

Noter dans quelle mesure les arguments utilisés illustrent les habiletés des élèves à étendre leurs connaissances aux idées mathématiques actuelles.

Pour évaluer la maîtrise par les élèves de la règle de dérivation en chaîne et de la règle de dérivation implicite, leur demander d'établir une liste des difficultés auxquelles ils font face lors de l'utilisation de ces règles. Par la suite, leur demander de se réunir en équipes de deux pour élaborer une liste de contrôle des rappels devant être utilisés lorsqu'ils vérifient leur travail.

Demander aux élèves de résoudre le problème ci-après :
Soit $4x^2 + y^2 - 8x + 6y = 12$ l'équation d'une ellipse en repère cartésien.
Soit un point de cette ellipse d'abscisse $x = 3$.

a) Déterminer l'ordonnée du point considéré. Interpréter les valeurs trouvées.
b) Vérifier que la dérivée est $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{-4x + 4}{y + 3}$.
c) Évaluer la dérivée au point $x = 3$. Interpréter les valeurs trouvées.
d) Trouver les équations des tangentes à l'ellipse aux points $x = 3$.

Une fois le problème résolu, demander aux élèves de se réunir en équipes de deux afin de comparer leurs solutions pour y identifier les points forts et les points faibles et suggérer des corrections si nécessaire.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C9.
établir la relation entre la dérivée d'une fonction et celle de sa fonction réciproque;

C10.
déterminer les dérivées successives d'une fonction;

Pistes d'enseignement

Par l'entremise d'exemples simples et variés, amener les élèves à découvrir la relation entre la dérivée d'une fonction et celle de sa fonction réciproque.
Exemple :
Soit la fonction $y = f(x) = 2x + 1$. Sa fonction réciproque est $(f^{-1})(y) = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$.
(Rappeler aux élèves comment déterminer la fonction réciproque d'une fonction donnée).
Les dérivées par rapport à x sont $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{2}$ et $f'(x) = 2$.
Donc $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$.
Note : En appliquant la règle de dérivation en chaîne à la composition $(f^{-1} \circ f)(x)$, les élèves peuvent trouver la formule précédente.

Les élèves ont déjà vu que la dérivée d'une fonction $y = f(x)$, définie et continue dans un intervalle donné, est une fonction notée $y' = \frac{dy}{dx} = f'(x)$ et appellée dérivée première. Si cette dérivée première est une fonction également dérivable dans cet intervalle, sa dérivée, notée $y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = f''(x)$, est dite dérivée seconde de $y = f(x)$ (lire y seconde, d deux de y sur d de x deux , f seconde de x). Étendre l'explication à la dérivée d'ordre 3 et d'ordre 4, etc. avec les notations de Lagrange et de Leibniz.

Présenter aux élèves un exemple tel que le suivant :
Soit la fonction $y = f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 25x - 23$.

a) Sa dérivée première est $y' = \frac{dy}{dx} = 24x^2 + 8x - 25$.

b) Sa dérivée seconde est $y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = 48x + 8$.

c) Sa dérivée d'ordre 3 est $y''' = \frac{d^3y}{dx^3} = 48$.

Demander aux élèves de déterminer la dérivée seconde de chacune des fonctions ci-après :

a) $y = 3x^2 - 5x - 12$;
b) $y = 9x^5 - 4x^3 + 6x - 12$;
c) $y = \frac{3x}{x+4}$;
d) $y = \sqrt{2x+4}$.

Par la suite, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Pistes d'évaluation

En plénière, discuter avec les élèves des différentes méthodes de calcul des dérivées. Leur demander de résumer par écrit les avantages de chaque méthode. Par la suite, travailler avec les élèves à l'élaboration d'une liste de critères visant à évaluer leur résumé.

Confier aux élèves la tâche de résoudre le problème ci-après :
Soit la fonction $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.

a) Déterminer sa dérivée première en utilisant une méthode de votre choix.
b) Écrire cette fonction sous forme implicite.
c) Utiliser la forme implicite pour déterminer la dérivée première. Comparer la réponse à celle trouvée à la première question.
d) Déterminer sa dérivée seconde y''.
e) Prouver qu'il existe entre la fonction donnée et sa dérivée seconde une relation indépendante de x.
(Rép : $y \times y'' = -4$).

Pendant que les élèves résolvent ce problème, circuler parmi eux et leur poser des questions appropriées qui les incitent à identifier :

– de quoi parle le problème;
– les données fournies;
– si ce problème ressemble à un autre problème déjà résolu;
– la méthode utilisée et à justifier leur choix.

Demander aux élèves de résumer, dans leur journal de bord, les règles de dérivation des fonctions algébriques et de dresser une liste des erreurs fréquentes commises lors de la détermination des dérivées. Permettre aux élèves d'utiliser leur résumé lors de tests ou de devoirs.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C11.
utiliser un outil technologique approprié pour déterminer la dérivée des fonctions sinusoïdales, des fonctions exponentielles et des fonctions logarithmiques simples. (facultatif)

Pistes d'enseignement

Demander aux élèves de faire l'activité ci-après en utilisant un ordinateur doté d'un logiciel graphique tel que *Zap-a-Graph*.

Transcrire le tableau ci-contre dans votre cahier et le compléter.
Examiner les dérivées obtenues afin de déduire la formule de la dérivée de la fonction $y = a\sin(bx + c) + d$.
Par la suite, déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$y = -3\sin(2x)$
$y = 5\sin(4x) - 7$
$y = -3\sin(2x + 4) + 2$

Fonction $y=f(x)$	Dérivée $y'=f(x)$
$y = \sin(x)$	
$y = 2\sin(x)$	
$y = 2\sin(4x)$	
$y = 2\sin(4x + 3)$	
$y = 2\sin(4x + 3) - 5$	

Note : À partir du menu **Définir**, sélectionner l'option ***Sinus*** et la fonction $y = a\sin(bx + c) + d$. Donner aux paramètres a, b, c et d les valeurs appropriées et cliquer sur **Tracer**. Par la suite, activer le menu **Options** et sélectionner **Dérivée**. La dérivée de la fonction s'affiche en bas de l'écran sur l'axe vertical.

Demander aux élèves de faire l'activité suivante en utilisant un ordinateur doté d'un logiciel graphique tel que *Zap-a-Graph*.

Transcrire le tableau ci-contre dans votre cahier et le compléter.
Examiner les dérivées obtenues afin de déduire la formule de la dérivée de la fonction $y = a\cos(bx + c) + d$.
Par la suite, déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$y = -3\cos(2x)$
$y = 5\cos(4x) - 7$
$y = -3\cos(2x + 4) + 2$

Fonction $y=f(x)$	Dérivée $y'=f(x)$
$y = \cos(x)$	
$y = 2\cos(x)$	
$y = 2\cos(4x)$	
$y = 2\cos(4x + 3)$	
$y = 2\cos(4x + 3) - 5$	

Note : À partir du menu **Définir**, sélectionner l'option **Cosinus** et la fonction $y = a\cos(bx + c) + d$. Donner aux paramètres a, b, c et d les valeurs appropriées et cliquer sur **Tracer**. Par la suite, activer le menu **Options** et sélectionner **Dérivée**. La dérivée de la fonction s'affiche en bas de l'écran sur l'axe vertical.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de vérifier les deux propositions suivantes :
Si $u = f(x)$ est une fonction de x dérivable dans un domaine donné et si :

– $y = a \sin(u)$, alors sa dérivée est $y' = au' \cos(u)$, où $u' = \dfrac{du}{dx}$;
– $y = a \cos(u)$, alors sa dérivée est $y' = au' \sin(u)$.

Lorsque les élèves travaillent avec un ordinateur doté du logiciel *Zap-a-Graph*, vérifier dans quelle mesure ils :

– sont capables d'utiliser les options des menus **Définir** et **Options**;
– sélectionnent les fonctions appropriées;
– peuvent déduire la dérivée de la fonction générale à partir du tableau complété.

Demander à chaque élève d'expliquer à un camarade de classe comment déterminer la dérivée de la fonction $y = \tan(x)$ au moyen de la règle du quotient.
Note : $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

Pour évaluer leur maîtrise des règles de dérivation des fonctions sinus et cosinus et les règles déjà vues, administrer aux élèves un test papier-crayon incluant des questions telles que les suivantes :

- Déterminer la dérivée première de :
  – $y = x^2 \sin(x) + \cos(x)$
  – $y = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
- Soit la fonction $y = 2\sin(3x - \frac{\pi}{2})$.
  – Déterminer sa dérivée première y' puis sa dérivée seconde y''.
  – Prouver que $y'' + 9y = 0$.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C11.
utiliser un outil technologique approprié pour déterminer la dérivée des fonctions sinusoïdales, des fonctions exponentielles et des fonctions logarithmiques simples. (facultatif)

Pistes d'enseignement

Demander aux élèves de faire l'activité ci-après en utilisant un ordinateur doté d'un logiciel graphique tel que *Zap-a-Graph :*
À partir du menu **Définir**, sélectionner l'option **Exponentielle** et la fonction $y = a[\text{base}]^{(bx+c)} + d$.

Donner aux paramètres a, b, c et d les valeurs respectives 1, 1, 0 et 0 et à la base, la valeur 2. Cliquer sur **Tracer**. Par la suite, activer le menu **Options** et sélectionner **Dérivée**. La dérivée de la fonction s'affiche en bas de l'écran sur l'axe vertical, soit $y = 0{,}69(2)^x$ au centième près.

À l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, vérifier que ln(2) = 0,69.
Donc, si $y = 2^{(x)}$, sa dérivée est $y' = \ln(2) \text{ x } (2)^x$.
Répéter les étapes précédentes pour la fonction $y = 2(3)^{(4x+1)} + 5$.
Sa dérivée affichée est $y' = 8{,}78(3)^{(4x+1)}$. Une calculatrice permet de vérifier que $8{,}78 = 8 \text{ x } \ln(3)$, et la dérivée peut s'écrire $y' = 8 \ln 3 \text{ x } (3)^{(4x+1)}$,
soit $y' = 2 \text{ x } 4 \text{ x } \ln 3 \text{ x } (3)^{(4x+1)}$.

En fin de compte, les élèves doivent déduire que la dérivée de la fonction exponentielle $y = a[\text{base}]^{(bx+c)} + d$ est la fonction $y' = ab\ln(\text{base}) \text{ x } (3)^{(bx+c)}$. Attirer leur attention sur le fait que b, dans ab est la dérivée par rapport à x de $(bx + c)$.

Note : ln est le symbole du logarithme naturel ou népérien de base $e = 2{,}718$.
Rappeler aux élèves que $\ln(e) = 1$.

Pour déterminer la dérivée de la fonction $y = ae^{(bx+c)} + d$, les élèves peuvent le faire au moyen de *Zap-a-Graph* ou en utilisant la formule précédente. Sa dérivée est $y' = ab\ln(e) \text{ x } e^{(bx+c)}$, mais $\ln(e) = 1$, par conséquent la fonction dérivée est $y' = ab \text{ x } e^{(bx+c)}$.

Confier aux élèves la tâche de déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a) $y = 5(2)^{(3x-1)}$

b) $y = 3(2)^{(-5x+2)}$

c) $y = 3e^{2x}$

d) $y = -5e^{(-6x+1)}$.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de vérifier les deux propositions suivantes :
Si $u = f(x)$ est une fonction de x dérivable dans un domaine donné et si :

- $y = a[\text{base}]^u$, alors sa dérivée est $y' = au'\ln(\text{base}) \times [\text{base}]^u$, où $u' = \dfrac{du}{dx}$;
- $y = ae^u$, alors sa dérivée est $y' = au'e^u$.

Confier aux élèves la tâche de déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a) $y = 2(3)^{(x^2+1)}$

b) $y = -3(5)^{(2x^2-3)} + 4$

c) $y = -4e^{-x^2}$

d) $y = 3e^{(5x+4)} - 4$

e) $y = x^2e^{3x}$

f) $y = 2e^{3x}\sin(2x)$

g) $y = \dfrac{\sin(x)}{e^x}$.

Une fois la tâche terminée, réunir les élèves en équipes de deux et leur demander de comparer leurs solutions et de suggérer des corrections si nécessaire.

Pendant que les élèves travaillent à déterminer la dérivée de chacune des fonctions précédentes, circuler parmi eux et vérifier s'ils :

- sont capables d'utiliser correctement la dérivation d'une fonction exponentielle;
- peuvent utiliser correctement les règles de dérivation du produit, du quotient et en chaîne dans des situations impliquant des fonctions exponentielles.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C.
Démontrer une compréhension du concept que la dérivée d'une fonction est une limite que l'on détermine en appliquant des principes de base.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

C11.
utiliser un outil technologique approprié pour déterminer la dérivée des fonctions sinusoïdales, des fonctions exponentielles et des fonctions logarithmiques simples. (facultatif)

Pistes d'enseignement

Demander aux élèves de faire l'activité ci-après en utilisant un ordinateur doté d'un logiciel graphique tel que *Zap-a-Graph.*

À partir du menu **Définir**, sélectionner l'option **Logarithmique** et la fonction $y = a \log(bx + c) + d$.
Transcrire le tableau ci-dessous dans votre cahier et le compléter en cliquant sur **Tracer**, puis en activant le menu **Options** et en sélectionnant **Dérivée**.
La dérivée de la fonction s'affiche en bas de l'écran sur l'axe vertical. Une calculatrice permet de déterminer ln(2) = 0,693. (2 est la base choisie dans cette activité. Il est assez important de faire apparaître ln(2) = 0,693 dans la réponse finale de la dérivée.)

a	b	c	d	base	La fonction y = a log(bx + c) + d	La dérivée	La dérivée
1	1	0	0	2	$y = \log_2(x)$	$y' = \frac{1}{0,693x}$	$y' = \frac{1}{x\ln(2)}$
4	3	1	0	2	$y = 4\log_2(3x + 1)$		
-5	2	-3	1	2			

Examiner les dérivées obtenues afin de vérifier que la dérivée de la fonction $y = a \log(bx + c) + d$ est la fonction $y' = a\frac{b}{(bx+c)\ln(\text{base})}$, où b, qui figure au numérateur, est la dérivée de $(bx + c)$.

Par la suite, demander aux élèves de trouver que la dérivée de la fonction $y = a \ln(bx + c) + d$ est la fonction $y' = a\frac{b}{(bx+c)\ln(e)}$, mais $\ln(e) = 1$, donc $y' = a\frac{b}{(bx+c)}$.

Confier aux élèves la tâche de déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a) $y = 2\log_5(3x)$

b) $y = -3\log(x^2 - 4)$

c) $y = 61n(5x - 2)$

d) $y = -21n(x^2 - 5x + 6)$

e) $y = e^x\, 1n(x)$

f) $y = \frac{\ln(x)}{\sin(x)}$.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de vérifier les deux propositions suivantes :
Si $u = f(x)$ est une fonction de x dérivable dans un domaine donné et si :

- $y = a\log_b(u)$, alors sa dérivée est $y' = a\dfrac{u'}{u\ln(b)}$, où $u' = \dfrac{du}{dx}$;
- $y = a\ln(u)$, alors sa dérivée est $y' = a\dfrac{u'}{u}$.

Demander à chaque élève d'expliquer à un camarade de classe comment trouver que la dérivée de la fonction $y = e^{(2x+1)}\ln(x^2)$ est $y' = \left[4\ln(x) + \dfrac{2}{x}\right]e^{(2x+1)}$.
Observer les élèves afin de noter dans quelle mesure ils peuvent :

- expliquer avec exactitude la démarche pour aboutir à la dérivée;
- utiliser un vocabulaire mathématique approprié aux dérivées.

Demander aux élèves de compiler un portfolio sur les techniques de dérivation incluant :

- une liste de tous les concepts et les notions mathématiques étudiés;
- une brève description de la progression de leurs apprentissages lors de l'étude de la dérivée;
- une liste des stratégies utilisées pour déterminer la dérivée des différents types de fonctions;
- une liste des règles de dérivation;
- des activités qui constituent une preuve de leur atteinte des résultats d'apprentissage prescrits;
- des devoirs;
- des activités de travail d'équipe;
- des activités impliquant l'utilisation d'un outil technologique;
- des tests et d'autres outils d'évaluation.

Par la suite, inviter les élèves à des rencontres individuelles afin d'évaluer leur portfolio selon des critères préalablement élaborés avec eux. Porter une attention particulière à l'organisation des composantes de chaque portfolio.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

LES APPLICATIONS DE LA DÉRIVÉE

D

APPLICATIONS DE LA DÉRIVÉE

LES APPLICATIONS DE LA DÉRIVÉE

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D. Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D1. utiliser la dérivée première pour calculer la pente et trouver l'équation de la tangente en un point donné sur une courbe définie par son équation;

D2. expliquer que le signe de la dérivée première d'une fonction indique que celle-ci croît ou décroît, et que le signe de sa dérivée seconde indique que sa courbe représentative est concave vers le haut ou vers le bas;

D3. utiliser la dérivée première d'une fonction pour déterminer ses extremums relatifs;

D4. distinguer, dans un intervalle donné, entre les extremums relatifs d'une fonction et ses extremums absolus;

D5. utiliser la dérivée seconde d'une fonction pour déterminer les points d'inflexion et la nature des extremums;

D6. utiliser une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, pour esquisser le graphique des fonctions polynomiales;

D7. expliquer, à l'aide d'exemples appropriés, la règle de l'Hospital et l'utiliser pour déterminer la limite d'une fonction dans le cas où celle-ci tend vers une forme indéterminée 0/0 ou ∞/∞;

D8. utiliser une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, pour esquisser le graphique des fonctions rationnelles et irrationnelles;

D9. comparer des graphiques tracés au moyen d'une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, et à l'aide d'un outil technologique approprié;

D10. calculer au moyen de la dérivée le taux de variation lié dans un contexte de résolution de problèmes concrets;

D11. résoudre au moyen de la dérivée des problèmes concrets d'optimisation ayant trait à d'autres disciplines.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D.
Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D1.
utiliser la dérivée première pour calculer la pente et trouver l'équation de la tangente en un point donné sur une courbe définie par son équation;

D2.
expliquer que le signe de la dérivée première d'une fonction indique que celle-ci croît ou décroît, et que le signe de sa dérivée seconde indique que sa courbe représentative est concave vers le haut ou vers le bas;

Pistes d'enseignement

Les élèves ont déjà appris comment faire le lien entre la dérivée d'une fonction en un point et la pente de la tangente en ce point à la courbe représentative de cette fonction. Il est temps de leur fournir des situations qui leur permettent de mettre en application ce qu'ils ont déjà appris sur la dérivée. Pour ce faire, les réunir en petites équipes et leur confier la tâche de résoudre des problèmes tels que les suivants :

a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction $y = -2x^3 + 1$ au point $x = 1$ de cette courbe. Par la suite, déterminer l'équation de la normale en ce point à cette courbe.

b) Étant donné la fonction $y = \dfrac{x^2 + 3x + 9}{x}$. Déterminer l'équation de la tangente au point $x = 1$ de la courbe représentative de cette fonction.

c) L'équation implicite d'une conique est $x^2 + 2xy + 3y^2 = 27$. Soit un point de cette conique d'abscisse $x = 0$. Déterminer la dérivée implicite y'. Écrire les équations des tangentes à cette conique en ce point. Calculer les coordonnées du point d'intersection des tangentes trouvées.

Une fois les problèmes résolus, inviter des élèves volontaires à présenter leurs solutions au reste de la classe.

Par l'entremise d'exemples variés, amener les élèves à comprendre le lien entre le signe de la dérivée première et le sens de variation d'une fonction définie et continue dans un intervalle donné. Les termes croissance et décroissance décrivent la façon dont cette fonction varie sur l'intervalle donné. La maîtrise de la résolution d'inéquations algébriques s'avère fort utile et nécessaire dans cette situation.

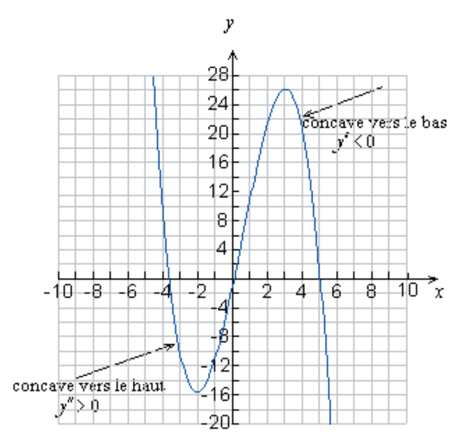
Les élèves doivent comprendre que si dans un intervalle donné :

- la dérivée première est positive, alors la fonction est croissante (↗);
- la dérivée première est négative, alors la fonction est décroissante (↘).

Expliquer aux élèves comment le signe de la dérivée seconde d'une fonction définie et continue dans un intervalle donné, permet de dire que le graphique de cette fonction est :

- concave vers le haut si $y'' > 0$ dans cet intervalle;
- concave vers le bas si $y'' < 0$ dans cet intervalle.

Le graphique ci-contre peut aider à illustrer le lien entre le signe de la dérivée seconde d'une fonction et la concavité de sa courbe.



Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves résolvent des problèmes impliquant la détermination de l'équation de la tangente en un point du graphique d'une fonction $y = f(x)$, circuler parmi eux afin de vérifier s'ils sont capables de :

- déterminer correctement la valeur de la dérivée en ce point;
- faire le lien entre la valeur de la dérivée et la pente de la tangente en ce point;
- déterminer correctement l'équation de la tangente en utilisant l'équation d'une droite passant par un point et ayant une pente.

Confier aux élèves la tâche de résoudre le problème suivant :

Soit la fonction $y = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12x - 1$.

a) Montrer que sa dérivée première est $y' = -2(x - 3)(x + 2)$.

b) Quel est le signe de cette dérivée sur chacun des intervalles suivants : $x \in \left]-\infty, -2\right[$, $x \in \left]-2, 3\right[$ et $x \in \left]3, \infty\right[$?

c) Sur quels intervalles la fonction donnée est-elle croissante? décroissante?

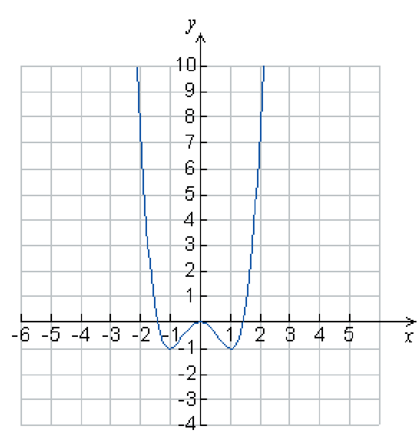
d) Sur quel intervalle le graphique de cette fonction est-il concave vers le haut? concave vers le bas?

Une fois le problème résolu, demander à chaque élève d'expliquer à un camarade de classe sa solution. Observer dans quelle mesure les élèves peuvent :

- déterminer le signe de la dérivée première en résolvant correctement une inéquation du second degré;
- faire le lien entre le signe de la dérivée première et le sens de variation de la fonction;
- déterminer le signe de la dérivée seconde;
- identifier l'intervalle sur lequel le graphique est concave vers le haut ou vers le bas.

Demander aux élèves de déterminer les intervalles sur lesquels :

- la fonction représentée par le graphique ci-contre est :
  - croissante;
  - décroissante.
- le graphique ci-contre est :
  - concave vers le haut;
  - concave vers le bas.



Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D.
Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D3.
utiliser la dérivée première d'une fonction pour déterminer ses extremums relatifs;

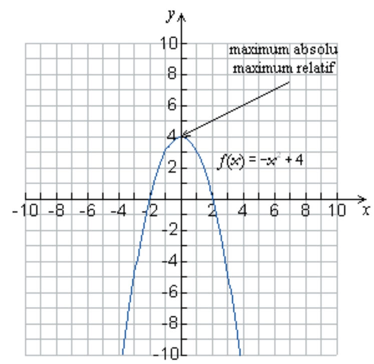
D4.
distinguer, dans un intervalle donné, entre les extremums relatifs d'une fonction et ses extremums absolus;

D5.
utiliser la dérivée seconde d'une fonction pour déterminer les points d'inflexion et la nature des extremums;

Pistes d'enseignement

Amener les élèves à comprendre que lorsqu'une fonction passe de la croissance à la décroissance ou inversement, elle a généralement une valeur extrême, appelée aussi « extremum ». Cet extremum peut être un maximum ou un minimum relatif ou local. Dans cette situation, la dérivée première change de signe en s'annulant. Ainsi, les élèves doivent comprendre que si $y = f(x)$ est une fonction définie et continue dans un intervalle donné, sa dérivée $y' = f'(x)$ est égale à zéro aux points où il y a des extremums relatifs.

Pour aider les élèves à distinguer entre un extremum relatif ou local et un extremum absolu, utiliser des graphiques simples tels que celui ci-contre.



Signaler aux élèves qu'un maximum absolu correspond au point le plus élevé du graphique et qu'un minimum absolu correspond à son point le plus bas.
Par la suite, leur faire remarquer que lorsque la fonction donnée passe de la croissance à la décroissance, sa dérivée s'annule au point $x = 0$ et sa valeur maximale est $f(0) = 4$.
Les élèves doivent faire le lien entre la valeur nulle de la dérivée et la pente de la tangente horizontale en ce point extremum. Attirer leur attention sur le fait que ce point du graphique où la dérivée est nulle est appelé point critique.
Note : Les élèves doivent comprendre pourquoi on ne peut pas parler de minimum absolu pour ce graphique.

Demander aux élèves de déterminer les extremums relatifs ou locaux , appelés aussi points critiques, de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = x^3 - 3x + 2$
b) $g(x) = \dfrac{4x}{x^2 + 2}$.

Expliquer aux élèves que la courbe représentative d'une fonction $y = f(x)$ change de concavité lorsque sa dérivée seconde est égale à zéro, $y'' = f''(x) = 0$. Le point de la courbe où celle-ci change de concavité est appelé point d'inflexion.
Par la suite, donner aux élèves la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$. Leur demander de démontrer que:

a) ses deux points critiques sont (-1, 5) et (3, -27);
b) son point d'inflexion est (1, -11);
c) si au point critique (-1, 5), $f''(-1) < 0$, alors ce point est un maximum relatif ou local;
d) si au point critique (3, -27), $f''(3) > 0$, alors ce point est un minimum relatif ou local.

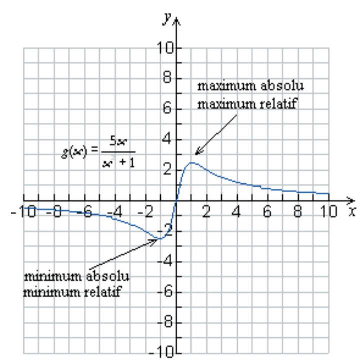
Demander aux élèves de vérifier leurs réponses à l'aide d'un outil technologique approprié.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de répondre à des questions telles que les suivantes :

- Comment pouvez-vous utiliser les intervalles de croissance et de décroissance pour déterminer s'il y a un maximum ou un minimum relatif en un point critique?
- Un maximum relatif peut-il être aussi un maximum absolu? Pourquoi?
- Une fonction a un maximum relatif. Quel est le signe de sa dérivée première à gauche de cette valeur? à droite?
- Une fonction a un minimum relatif en un point critique. Quelle est la valeur de sa dérivée première en ce point? Quel est le signe de sa dérivée seconde?
- Une fonction a un extremum relatif en un point. Quelle est la valeur de la pente de la tangente en ce point au graphique de cette fonction?
- Une fonction $f(x)$ a un point critique en $x = a$ et $f''(a) > 0$. Que pouvez-vous en conclure?
- Une fonction $f(x)$ a un point critique en $x = a$ et $f''(a) < 0$. Que pouvez-vous en conclure?
- Une fonction $f(x)$ a $f''(a) = 0$ au point $x = a$. Que pouvez-vous en conclure?

Donner aux élèves le graphique ci-contre de la fonction $g(x) = \dfrac{5x}{x^2+1}$. Leur confier la tâche de déterminer analytiquement les coordonnées de ses extremums et d'expliquer pourquoi les extremums relatifs et absolus sont les mêmes. Par la suite leur demander de déterminer :



a) sur quels intervalles la fonction est croissante;
b) sur quels intervalles elle est décroissante;
c) les coordonnées des points d'inflexion;
d) sur quels intervalles le graphique est concave vers le bas;
e) sur quels intervalles le graphique est concave vers le haut.

Une fois la tâche terminée, discuter avec les élèves des stratégies utilisées.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des problèmes comme celui ci-après :

Soit la fonction $f(x) = x^3 - 9x^2 - 48x + 52$ définie et continue sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.

- Déterminer les extremums relatifs et absolus de cette fonction dans $\mathbb{R}$.
- Déterminer le signe de sa dérivée première de part et d'autre de chaque point critique.
- Utiliser sa dérivée seconde afin de déterminer la nature de chaque point critique, un maximum ou un minimum.
- Déterminer les coordonnées du point d'inflexion.
- Comment change la concavité de la courbe représentative de cette fonction de part et d'autre du point d'inflexion?
- Déterminer les extremums relatifs et absolus de cette fonction dans les intervalles x €[-5,12], x €[-5,14] et x €[-5,∞].

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D.
Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D6.
utiliser une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, pour esquisser le graphique des fonctions polynomiales;

Pistes d'enseignement

Montrer aux élèves les étapes à suivre pour tracer le graphique d'une fonction polynomiale en utilisant des fonctions telles que les suivantes :

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$
b) $g(x) = x^3 - 3x - 4$
c) $h(x) = x^4 + 4x^3 - 18x^2$

Attirer l'attention des élèves sur les outils ci-après offerts par le calcul différentiel pour tracer le graphique d'une fonction polynomiale $y = f(x)$.

- Mentionner que le domaine de $y = f(x)$ est l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$
- Calculer les dérivées première et seconde $y' = f'(x)$ et $y'' = f''(x)$ pour ensuite les décomposer en facteurs s'il y a lieu.
- Construire un tableau de signes pour les deux dérivées à partir de leurs racines.
- Identifier dans le tableau les intervalles de croissance et de décroissance de $y = f(x)$ à partir du signe de $y' = f'(x)$ et ses intervalles de concavité à partir du signe de $y'' = f''(x)$.
- Identifier les extremums relatifs et les points d'inflexion.
- Identifier les coordonnées à l'origine de $y = f(x)$.
- Localiser tous les points de repère dans le plan cartésien et tracer une esquisse du graphique de $y = f(x)$.

Réunir les élèves en équipes de deux. Leur confier la tâche de tracer le graphique de chacune des fonctions polynomiales suivantes :

a) $y = 2x^3 - 6x - 1$
b) $y = -x^3 - 3x^2 + x + 3$
c) $y = -x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$
d) $y = -x^4 + 7x^3 - 10x^2 - 7x + 5$
e) $y = -x^2 (x - 2)^2 (x + 2)$

Les élèves doivent vérifier leurs graphiques au moyen d'un outil technologique approprié.
Une fois la tâche terminée, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.
Par la suite, amener les élèves à discuter de l'effet qu'a le signe du premier terme d'une fonction polynomiale sur la forme de son graphique.

Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves tracent des graphiques des fonctions polynomiales au moyen des outils du calcul différentiel, circuler parmi eux afin de vérifier s'ils sont capables de :

- déterminer correctement les signes des dérivées première et seconde selon les intervalles définis par leurs racines;
- construire un tableau de signes complet et correct;
- déterminer les coordonnées à l'origine;
- déterminer correctement les coordonnées des points critiques et des points d'inflexion;
- préciser les intervalles sur lesquels la fonction est croissante ou décroissante;
- préciser les intervalles sur lesquels le graphique est concave vers le haut et vers le bas.

Relativement à une fonction telle que $f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 24x - 2$, demander aux élèves de discuter de la façon de déterminer :

- les coordonnées à l'origine;
- les extremums relatifs;
- les intervalles de croissance et de décroissance;
- le point d'inflexion;
- les intervalles de concavité.

Noter dans quelle mesure les arguments utilisés illustrent l'aptitude des élèves à employer une terminologie appropriée et les outils du calcul différentiel.

Pour évaluer dans quelle mesure les élèves peuvent reconnaître et expliquer en détail les étapes à suivre pour tracer le graphique d'une fonction polynomiale, leur administrer un test papier-crayon incluant des fonctions telles que celles ci-après :

a) $y = -x^3 - 4x^2 + 5$
b) $y = (x + 1)(x - 1)(x - 2)^2$.

En corrigeant les travaux des élèves, porter une attention particulière sur l'exactitude et l'organisation du tableau de signes.

Demander aux élèves d'expliquer dans leur journal de bord pourquoi le point critique de la fonction :

a) $f(x) = x^3$ n'est pas un maximum relatif ni un minimum relatif;
b) $g(x) = x^4$ est un minimum relatif.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D.
Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D7.
expliquer, à l'aide d'exemples appropriés, la règle de l'Hospital et l'utiliser pour déterminer la limite d'une fonction dans le cas où celle-ci tend vers une forme indéterminée 0/0 ou ∞ / ∞;

Pistes d'enseignement

Présenter aux élèves des exemples de fonctions rationnelles dont le calcul de limite aboutit à des indéterminations.

Exemple 1 :

- En évaluant la limite $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{x^2-2x}$, on trouve $\lim\limits_{x\to 0} x = 0$ et $\lim\limits_{x\to 0}(x^2-2x)=0$. Donc $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{x^2-2x}=\dfrac{0}{0}$. Pour lever cette indétermination, on trouve la dérivée du numérateur et celle du dénominateur puis on détermine la limite de l'expression trouvée comme suit : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{x^2-2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{2x-2}=\dfrac{1}{0-2}=-\dfrac{1}{2}$.

Exemple 2 :

- L'évaluation de la limite $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+1}{x^2+4x}$ mène à une indétermination de la forme $\dfrac{\infty}{\infty}$. Pour lever cette indétermination, on procède comme dans l'exemple 1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+1}{x^2+4x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{2x+4}=\dfrac{2}{2\times\infty+4}=\dfrac{2}{\infty}=0$.

Par la suite, présenter aux élèves la règle de l'Hospital qui se traduit comme suit :

- $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{N(x)}{D(x)}=\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{N'(x)}{D'(x)}\right)$ pour lever une indétermination du type $\dfrac{0}{0}$;
- $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{N(x)}{D(x)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{N'(x)}{D'(x)}\right)$ pour lever une indétermination du type $\dfrac{\infty}{\infty}$.

Note : Si la première dérivation mène à une forme indéterminée, les élèves doivent procéder à une deuxième dérivation et ainsi de suite.

Réunir les élèves en petites équipes et leur demander d'utiliser la règle de l'Hospital pour évaluer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x+2}$

b) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{x+3}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^2-x-1}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^2-x-1}$

e) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+3}{x^2-x+6}$.

Une fois les limites évaluées, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves d'évaluer chacune des limites suivantes en utilisant la règle de l'Hospital et les manipulations algébriques si c'est possible et nécessaire:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^5 - x^3}{x^2}$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}{4x^2 - 8x + 4}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2 + 5x + 4}{4x^2 + 6x - 2}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{\dfrac{2x^2}{x^2 + 1}}$.

Demander aux élèves de décrire brièvement la manière dont ils s'y prennent pour expliquer à un pair comment évaluer la limite $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^4 + 1}{x^3 - 4x}$.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D.
Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D8.
utiliser une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, pour esquisser le graphique des fonctions rationnelles et irrationnelles;

D9.
comparer des graphiques tracés au moyen d'une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel, et à l'aide d'un outil technologique approprié;

Pistes d'enseignement

Par l'entremise d'exemples variés, montrer aux élèves les étapes à suivre pour tracer le graphique des fonctions rationnelles. Les fonctions suivantes peuvent en être des exemples :

- $f(x) = \dfrac{2x - 1}{x + 3}$
- $g(x) = \dfrac{5x}{x^2 + 1}$
- $h(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x - 4}$
- $y = \dfrac{1}{x^2 - 4x}$.

Au cours de la présentation de ces exemples, amener les élèves à bien comprendre que pour représenter graphiquement une fonction rationnelle, il faut utiliser :

- la fonction pour déterminer son domaine et les discontinuités, déterminer les asymptotes et évaluer les coordonnées à l'origine;
- la dérivée première pour déterminer les valeurs de x qui définissent les nombres critiques, les intervalles où la fonction est croissante ou décroissante et les extremums relatifs ou locaux;
- la dérivée seconde pour déterminer sur quel intervalle le graphique est concave vers le haut ou concave vers le bas et déterminer les points d'inflexion et la valeur de la fonction en ces points;
- un tableau de signes pour résumer toutes les caractéristiques de la fonction et tracer le graphique.

Réunir les élèves en petites équipes. Leur confier la tâche de tracer le graphique de chacune des fonctions irrationnelles ci-après en utilisant les outils du calcul différentiel :

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

b) $g(x) = x\sqrt{\dfrac{3}{x^2 + 1}}$.

Par la suite, demander aux élèves de vérifier leurs solutions au moyen d'un outil technologique approprié.

Demander aux élèves de résoudre un problème tel que le suivant :

Étant donné la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 9}{x}$.

- Déterminer toutes ses asymptotes.
- Déterminer ses dérivées première et seconde et les utiliser pour déterminer les caractéristiques de la fonction.
- Construire un tableau de signes qui énumère toutes les caractéristiques trouvées.
- Calculer les coordonnées à l'origine.
- Tracer le graphique.

Une fois le problème résolu, demander à des élèves de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves tracent des graphiques des fonctions rationnelles, circuler dans la classe et leur poser des questions qui les incitent à faire le lien entre :

- les valeurs de la variable indépendante qui annulent le dénominateur et les asymptotes verticales;
- les degrés du numérateur et du dénominateur et les asymptotes horizontales et obliques.

Demander aux élèves de tracer le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{x - 1}$ au moyen des outils du calcul différentiel. Par la suite, demander à chaque élève de faire la critique des graphiques des autres élèves en se basant sur des critères établis au préalable par la classe. Des critères tels que les suivants pourraient servir :

- Le domaine et l'image sont bien identifiés.
- Les axes sont identifiés correctement.
- Les unités des axes sont appropriées.
- Le graphique a un centre de symétrie.
- Les asymptotes et les coordonnées à l'origine sont bien identifiées.

Suite à l'utilisation d'une calculatrice à affichage graphique pour représenter graphiquement une fonction rationnelle ou irrationnelle, vérifier si les élèves sont capables :

- d'entrer correctement l'équation de la fonction dans l'éditeur des fonctions;
- de choisir la fenêtre d'affichage appropriée.

Demander aux élèves de dresser dans le journal de bord une liste exhaustive des étapes à suivre pour tracer le graphique d'une fonction rationnelle. La liste doit être accompagnée d'un exemple explicatif.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

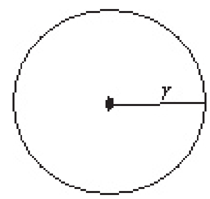
D.
Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D10.
calculer au moyen de la dérivée le taux de variation lié dans un contexte de résolution de problèmes concrets;

Pistes d'enseignement

À l'aide d'un exemple simple, expliquer aux élèves la stratégie de résolution de problèmes de taux liés. Ils doivent comprendre que ce genre de problèmes se présente dans des situations ou deux ou plusieurs variables sont liées par une relation. En douzième année, il est souhaitable de se limiter à des situations qui impliquent trois variables au maximum. C'est en comprenant la relation entre ces variables et la technique de la dérivation implicite et de la dérivation en chaîne que les élèves seront en mesure de résoudre des problèmes de ce type.
Exemple :
Sur la surface calme de l'eau d'un lac, Roger jette un caillou. Cela crée des rides circulaires concentriques qui se propagent à la surface de l'eau. Le rayon de la ride extérieure augmente constamment à raison de 5 cm/s. Quel est le taux d'augmentation de l'aire de la surface circulaire agitée au moment où le rayon atteint 200 cm?



Pour résoudre ce problème, amener les élèves à :

- définir les variables pour toutes les quantités qui varient en fonction du temps, le rayon r et l'aire A d'une ride;
- tracer un diagramme illustrant le problème;
- écrire la relation qui lie ces variables, $A = \pi r^2$;
- trouver la dérivée par rapport au temps, $\frac{dA}{dt} = \pi(2r)\frac{dr}{dt}$. Leur dire pourquoi il faut dériver par rapport au temps t.
- substituer des valeurs aux quantités constantes avant de calculer la dérivée $\frac{dA}{dt} = \pi(2r)\frac{dr}{dt} = (3{,}14)(2)r\frac{dr}{dt}$;
- évaluer la dérivée en fonction du temps, $\frac{dA}{dt}$, au moment où $r = 200$ cm, $\left(\frac{dr}{dt} = 5\text{cm/s}\right)$.

La réponse est $\frac{dA}{dt} = \pi(2r)\frac{dr}{dt} = (3{,}14)(2 \text{ x } 200 \text{ cm})(5 \text{ cm/s}) = 6280 \text{ cm}^2\text{/s}$.
Attirer l'attention des élèves au fait que la valeur positive de la réponse représente une augmentation ou un accroissement.

Réunir les élèves en petites équipes et leur confier la tâche de résoudre des problèmes tels que les suivants :

- M. Comeau est debout sur une échelle de 9 m appuyée contre un mur de sa ferme. Le pied de l'échelle, située à 3 m du mur, se met à glisser vers l'extérieur à raison de 60 cm/s. À quelle vitesse le haut de l'échelle glisse-t-il le long du mur? (Réponse : -0,2 m/s)
- Un glaçon en forme de cube fond à un taux de 2,7 cm^3/min. L'arête du glaçon est de 3 cm au départ et il conserve les mêmes proportions en fondant. Quel est le taux de décroissance de l'arête au départ? (Réponse : - 0,1 cm/min)
- Une nappe de pétrole de forme circulaire se répand uniformément sur la surface de l'eau de l'océan. Son rayon s'accroît de 0,2 m/s. À quelle vitesse l'aire de cette nappe augmente-t-elle au moment où son rayon atteint 100 m? (Réponse : 125,6 m^2/s)

Une fois les problèmes résolus, demander à des élèves de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Pistes d'évaluation

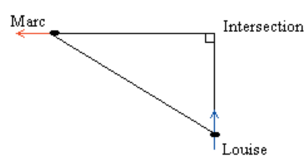
Pendant que les élèves résolvent des problèmes impliquant des taux liés, circuler parmi eux afin de s'assurer qu'ils n'attribuent pas de valeurs particulières aux variables avant de procéder à la dérivation. Ils doivent remplacer seulement les valeurs constantes avant d'effectuer la dérivation.

Donner aux élèves le scénario ci-après : Marthe mène une expérience au cours de laquelle elle doit faire couler de l'acide chlorhydrique dans un entonnoir en forme de cône. Elle se sert d'un cylindre gradué et d'un chronomètre pour mesurer la vitesse d'écoulement de la solution dans l'entonnoir. Elle voudrait connaître la vitesse à laquelle le niveau d'acide baisse dans l'entonnoir.

Demander aux élèves de créer et de résoudre un problème de taux liés basé sur ce scénario. Par la suite, leur demander de partager leurs problèmes et leurs solutions afin d'y identifier les points forts et les points faibles et de suggérer des corrections si nécessaire.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des problèmes tels que les suivants :

- x et y sont deux fonctions dérivables du temps t. Soit $xy = 10$.
  Déterminer $\frac{dy}{dt}$ lorsque $x = 10$ et $\frac{dx}{dt} = -5$.
- Soit $x^2 + 2y^2 = 12$.
  a) Déterminer une expression exprimant $\frac{dy}{dt}$ si $\frac{dx}{dt} = 4$.
  b) Quelles données additionnelles faut-il connaître pour évaluer $\frac{dy}{dt}$?
  c) Évaluer $\frac{dy}{dt}$ lorsque $x = 2$. Interpréter les réponses obtenues.
- Sur sa bicyclette, Louise s'approche d'une intersection quand Marc, sur la sienne, s'en éloigne comme l'illustre le diagramme ci-contre. Louise est à 30 m de l'intersection et se déplace à une vitesse de 5 m/s. Marc a dépassé l'intersection de 40 m et sa vitesse est de 7 m/s. Les pistes sont à angle droit.
  À quelle vitesse la distance séparant Louise et Marc varie-t-elle?



Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D.
Utiliser la dérivée pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

D11.
résoudre au moyen de la dérivée des problèmes concrets d'optimisation ayant trait à d'autres disciplines.

Pistes d'enseignement

Expliquer aux élèves que dans les problèmes d'optimisation, il faut souvent trouver une valeur maximale ou une valeur minimale comme le profit le plus grand, la perte la plus basse, la distance la plus courte, l'aire la plus grande, etc. Par l'entremise d'exemples variés, amener les élèves à développer une stratégie pour résoudre des problèmes de ce genre. Une des stratégies consiste à comprendre le problème, à créer un modèle mathématique qui s'applique au problème en tenant compte des contraintes, à élaborer une démarche, à suivre la démarche pour résoudre le problème, à interpréter et évaluer la solution selon le contexte du problème et à généraliser les résultats obtenus. Attirer leur attention sur le fait que le test de la dérivée première permet de trouver la valeur optimale voulue.

Réunir les élèves en petites équipes. Leur confier la tâche de résoudre les problèmes suivants :

- Mme Aucoin dispose de 120 m de grillage pour clôturer un enclos de forme rectangulaire situé à côté d'une rivière. La berge constitue un côté de l'enclos. Déterminer l'aire maximale qui peut être clôturée.
- Une entreprise fabrique des articles de ski. Elle définit la fonction exprimant le coût de production pour un de ses articles par la fonction :
  $C(x)=\frac{x^2}{4}+4x+1250$, où x est le nombre d'articles. Exprimer en fonction de x le coût moyen et déterminer combien d'articles l'entreprise doit produire pour minimiser ce coût.
- Étant donné l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Déterminer les dimensions du rectangle inscrit dans cette ellipse pour lequel l'aire est maximale.
- Dominique vit dans une cabane située sur une île à 3 km de la terre ferme. Sa maison principale se trouve sur la berge, à 6 km du point le plus proche de l'île. Pour s'y rendre en fin de semaine, il traverse le lac en bateau en ramant à une vitesse de 3 km/h. Après avoir accosté, il termine le trajet en courant à une vitesse de 6 km/h. Déterminer l'endroit où il devrait accoster pour arriver à sa maison dans le temps le plus court.
- Une manufacture de boîtes de conserve désire produire des boîtes de thon cylindriques de capacité 250 mL. Calculer les dimensions minimisant la quantité de matière nécessaire à la fabrication d'une boîte.

Note : L'aire totale d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est $A = 2\pi rh + 2\pi r^2$.
La quantité de matière est proportionnelle à cette aire.

Une fois les problèmes résolus, inviter une équipe volontaire à présenter ses solutions au reste de la classe.

Demander aux élèves d'expliquer à l'écrit toutes les étapes nécessaires pour résoudre le problème suivant :
Le taux de consommation d'essence d'un camion est lié à sa vitesse v en km/h par $T(v)=\frac{v}{300}+\frac{3}{v}$ L/km.
L'essence coûte 0,96 \$/L. Déterminer :

- la vitesse constante qui minimisera le coût en essence sur un trajet de 500 km.
- la vitesse constante qui minimisera le coût total sur un trajet de 500 km si le salaire du conducteur est de 15 \$/h.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de concevoir et de résoudre des problèmes d'optimisation faisant intervenir :

- une fonction polynomiale;
- une fonction rationnelle;
- des fonctions composées.

Par la suite leur demander de comparer les procédures pour déterminer les valeurs optimales dans ces trois cas.

Pendant que les élèves résolvent des problèmes d'optimisation, circuler dans la classe afin d'observer dans quelle mesure ils :

- comprennent clairement les exigences du problème;
- reconnaissent le bien-fondé de la démarche suivie;
- expliquent la démarche employée pour arriver au résultat;
- vérifient la vraisemblance des réponses.

Demander à chaque élève d'expliquer à un camarade comment déterminer le modèle algébrique s'appliquant à la situation suivante : Jean-Louis fabrique une boîte fermée ayant une base carrée et un volume de 2250 cm^3. Le matériau utilisé pour construire le haut et le bas de la boîte coûte 3 $/$m^2$; celui utilisé pour les faces latérales coûte 2 $/$m^2$. Quelles doivent être les dimensions de la boîte pour minimiser les coûts?

Demander aux élèves de compiler un portfolio des applications de la dérivée incluant :

- une description des concepts et des notions mathématiques étudiés;
- une liste des étapes à suivre pour esquisser le graphique d'une fonction polynomiale au moyen du calcul différentiel;
- une liste des étapes à suivre pour esquisser le graphique d'une fonction rationnelle au moyen du calcul différentiel;
- une liste des étapes à suivre pour résoudre un problème d'optimisation;
- une stratégie de résolution de problèmes des taux liés;
- des activités variées qui constituent une preuve de l'atteinte des résultats d'apprentissage prescrits;
- des tests.

Évaluer les portfolios des élèves selon des critères préalablement élaborés avec eux.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel*
- *Calcul différentiel, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

LES INTÉGRALES : RÈGLES ET APPLICATIONS

E

INTÉGRALES : RÈGLES ET APPLICATIONS

LES INTÉGRALES : RÈGLES ET APPLICATIONS

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E. Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

Résultats d'apprentissage spécifiques

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E1. expliquer, à l'aide d'exemples simples, comment la somme de Reimann peut être utilisée pour représenter l'aire sous la courbe d'une fonction polynomiale;

E2. faire le lien entre la somme de Reimann et le symbole d'intégration de Leibniz ($\int$ sorte de S allongé) pour représenter l'aire sous la courbe;

E3. déterminer les primitives des fonctions algébriques dans le cadre de résolution de problèmes impliquant des intégrales;

E4. identifier l'intégrale indéfinie $\int f(x)\, dx$ comme la somme d'une primitive $F(x)$ de $f(x)$ et d'une constante c;

E5. décrire la signification du théorème fondamental du calcul intégral en expliquant que l'intégrale définie $\int_a^b f(x)dx$, entre les bornes a et b, est le nombre $F(b) - F(a)$;

E6. faire le lien entre la valeur de l'intégrale entre $x = a$ et $x = b$ et l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses sur l'intervalle [a , b];

E7. utiliser les règles d'intégration ci-après pour déterminer une primitive d'une fonction polynomiale :

$$\int kx^n dx = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad \text{où} \quad n \neq -1$$

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$$

$$\int \left[f(x) \pm g(x)\right]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

E8. déterminer, à l'aide d'un outil technologique approprié, la valeur de l'intégrale définie d'une fonction dans l'intervalle [a , b];

E9. utiliser la technique d'intégration par changement de variable pour résoudre des problèmes;

E10. utiliser le concept de l'intégrale définie pour calculer l'aire comprise entre la courbe représentative de la fonction $f(x)$ et l'axe des abscisses si :
- · $f(x)$est de signe constant sur un intervalle donné
- · $f(x)$ est de signe variable sur un intervalle donné;

E11. utiliser le concept de l'intégrale définie pour calculer l'aire comprise entre deux courbes, sur un intervalle donné;

E12. résoudre des équations différentielles du premier ordre, de la forme $\frac{dy}{dx} = f(x)$, afin d'analyser des situations relevant d'autres disciplines;

E13. utiliser un outil technologique approprié pour déterminer l'intégrale des fonctions transcendantes simples; (facultatif)

E14. utiliser la technique d'intégration par parties dans un contexte de résolution de problèmes. (facultatif)

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

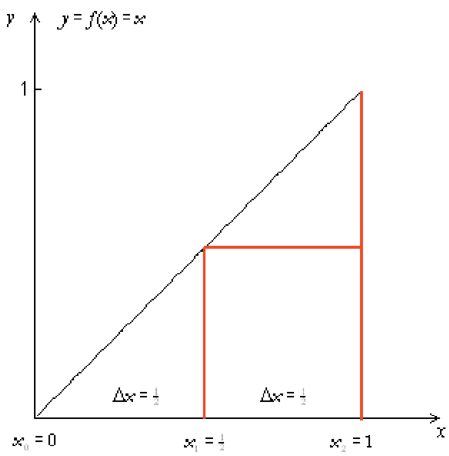
En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E1.
expliquer, à l'aide d'exemples simples, comment la somme de Reimann peut être utilisée pour représenter l'aire sous la courbe d'une fonction polynomiale;

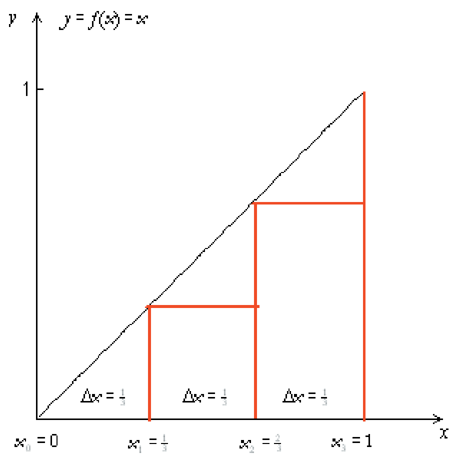
E2.
faire le lien entre la somme de Reimann et le symbole d'intégration de Leibniz ($\int$ sorte de S allongé) pour représenter l'aire sous la courbe;

Pistes d'enseignement

À l'aide de la fonction simple $y = f(x) = x$, expliquer aux élèves la méthode de détermination de l'aire sous la courbe. Considérer l'intervalle [0, 1]. Le diviser en n subdivisions ou sous-intervalles. Construire ensuite des rectangles au-dessus de chacun de ces sous-intervalles (n = 2, 3, 4 ...). Calculer la somme des aires de ces rectangles à partir des extrémités gauches de ces sous-intervalles puis cette somme à partir des extrémités droites (voir les diagrammes) et compléter le tableau ci-dessous :
Somme de gauche : Somme de gauche = $f(x_0)\ \Delta x + f(x_1)\ \Delta x + \ldots + f(x_{n-1})\ \Delta x$ pour n sous-intervalles

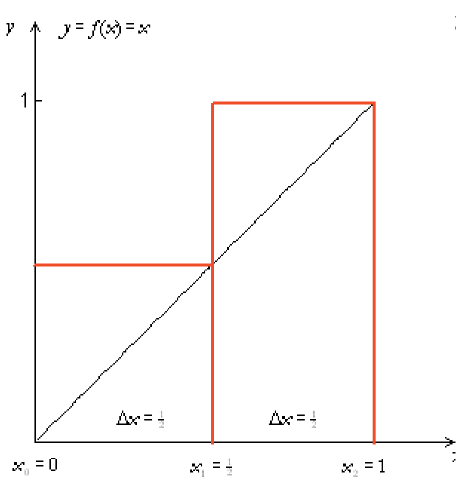


n=2

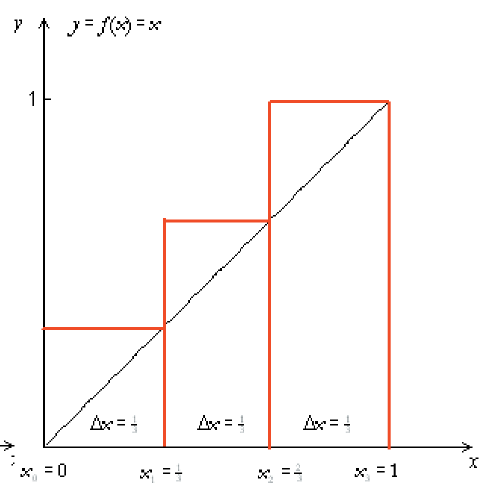


n=3

Somme de droite : Somme de droite = $f(x_1)\ \Delta x + f(x_2)\ \Delta x + \ldots + f(x_n)\ \Delta x$
pour n sous-intervalles.



n=2



n=3

Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves calculent la somme des aires à gauche et celle des aires à droite pour différentes valeurs du nombre *n* de sous-intervalles ($n < 8$), circuler parmi eux et observer s'ils peuvent :

– mener des calculs exacts;
– découvrir qu'en augmentant la valeur de *n,* les deux sommes calculées s'approchent l'une de l'autre et de la vraie valeur de l'aire du triangle défini par l'intervalle [0, 1], soit 0,5.

...suite Pistes d'enseignement

Cette activité doit mener les élèves à découvrir que plus le nombre *n* de sous-intervalles augmente plus la somme des aires à gauche s'approche de celle des aires à droite.

n	Somme de gauche	Somme de droite
2	0,25	0,75
3	0,33	0,66
4		

Note : Dans le cas général, si l'on a un intervalle [a, b] qu'on divise en *n* sous-intervalles de même longueur Δx, on a $\Delta x = \frac{b - a}{n}$.

Variante : Pour des grandes valeurs de *n* , les élèves peuvent utiliser un logiciel graphique afin de faire une analyse approfondie de la notion de l'aire sous la courbe. Voir la prochaine activité.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E1.
expliquer, à l'aide d'exemples simples, comment la somme de Reimann peut être utilisée pour représenter l'aire sous la courbe d'une fonction polynomiale;

E2.
faire le lien entre la somme de Reimann et le symbole d'intégration de Leibniz ($\int$ sorte de S allongé) pour représenter l'aire sous la courbe;

Pistes d'enseignement

À l'aide d'un ordinateur doté d'un logiciel graphique (*Zap-a-Graph*), présenter aux élèves l'activité suivante :
Dans le menu **Définir**, choisir la fonction $y = f(x) = mx + b$ avec $m = 1$ et $b = 0$.
Cliquer sur **Tracer**
Activer le menu **Options** et sélectionner **Aire**. Choisir

Limite inférieure 0
Limite supérieure 10
Nombre d'intervalles 10
Cliquer sur **OK**.
L'aire s'affiche en bas de l'écran, soit 45.

Pour la même fonction, répéter les mêmes étapes afin de compléter le tableau ci-contre :

Limite inférieure	Limite supérieure	Nombre d'intervalles	Aire
0	10	10	45
0	10	20	
0	10	50	
0	10	100	

Attirer l'attention des élèves au fait que l'aire d'un petit rectangle de numéro i est le produit $f(x_i) \times (x_i - x_{i-1})$ où l'intervalle $\Delta x = (x_i - x_{i-1})$. La somme des aires à gauche, entre $x = 0$ et $x = 10$, est représentée par la notation sigma $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$. Cette somme est une approximation sous-estimée de l'aire sous la droite entre $x = 0$ et $x = 10$. Il est tout à fait évident d'amener les élèves à découvrir qu'en augmentant indéfiniment le nombre de sous-intervalles ou de subdivisions ils s'approchent, à la limite, de la véritable valeur de l'aire du triangle, soit 50. En général, on peut écrire : Aire (sous $f(x)$, entre $x = a$ et $x = b$), = $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ (c'est la somme de Reimann).

Dans le cas où le nombre de sous-intervalles augmente indéfiniment, on remplace le symbole de la somme $\sum$ par un autre symbole $\int$ (S allongé introduit par Leibniz) , et la notation de l'aire devient :

Aire (sous $f(x)$, entre $x = a$ et $x = b$), = $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$.

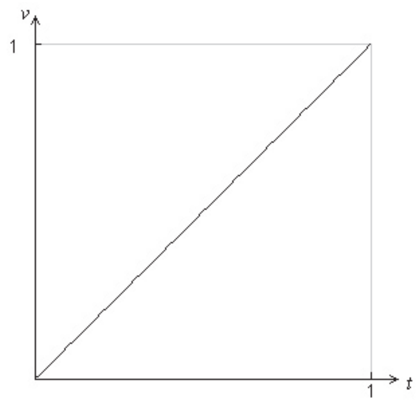
Par la suite, demander aux élèves de refaire la même activité avec la fonction $y = f(x) = x^2$.

Note : Les élèves doivent comprendre la différence entre les deux notations Δx et dx. Leur rappeler que dx représente une quantité aussi petite que possible (quand le nombre de sous-intervalles devient très grand) qu'on appelle différentielle.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves de démontrer que la somme des n premiers nombres entiers est donnée par la formule $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$, où i = 1,2,3,4...(n - 1),n.

Donner aux élèves la situation suivante :
Un mobile se déplace sur une trajectoire rectiligne à la vitesse, en m/s, $v(t) = t$ dont le graphique est celui de la figure ci-contre dans l'intervalle $t \in [0,1]$.
Leur demander de diviser cet intervalle en :



- cinq sous-intervalles et de calculer la somme à droite des aires des cinq rectangles obtenus et de vérifier que cette somme est donnée par la relation $\sum_{i=1}^{5} \frac{i}{5} \times \frac{1}{5}$;
- 10 sous-intervalles et de calculer la somme à droite des aires des 10 rectangles obtenus et de vérifier que cette somme est donnée par la relation $\sum_{i=1}^{10} \frac{i}{10} \times \frac{1}{10}$;
- 20 sous-intervalles et de calculer la somme à droite des aires des 20 rectangles obtenus et de vérifier que cette somme est donnée par la relation $\sum_{i=1}^{20} \frac{i}{20} \times \frac{1}{20}$;
- n sous-intervalles et de trouver par récurrence que l'aire surestimée sous la courbe de $v(t) = t$ est donnée par la relation $\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)$.

Par la suite, demander aux élèves d'examiner le cas limite quand $n \to \infty$.
Noter dans quelle mesure les élèves peuvent faire le lien entre cette limite, l'aire réelle du triangle et le déplacement du mobile.

Demander à chaque élève d'expliquer à un camarade de classe comment déterminer la valeur de $\int_0^1 t\,dt$ à l'aide :

– d'une calculatrice à affichage graphique;
– d'un ordinateur doté d'un logiciel graphique.

Noter dans quelle mesure les explications des élèves illustrent leurs habiletés à utiliser un outil technologique pour déterminer la valeur d'une intégrale.

Par la suite, discuter avec les élèves du lien qui existe entre cette intégrale et $\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ quand $n \to \infty$.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E3.
déterminer les primitives des fonctions algébriques dans le cadre de résolution de problèmes impliquant des intégrales;

E4.
identifier l'intégrale indéfinie $\int f(x)dx$ comme la somme d'une primitive $F(x)$ de $f(x)$ et d'une constante c;

Pistes d'enseignement

Les élèves ont déjà étudié et utilisé les méthodes de dérivation afin de calculer la dérivée d'une fonction donnée. Leur dire qu'ils vont désormais envisager des situations où la dérivée est donnée et ils doivent déterminer la fonction originale que les mathématiciens appellent la primitive.
Par la suite, demander aux élèves de déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

- $f(x)=\frac{x^2}{2}+2$, $f(x)=\frac{x^2}{2}-4$ et $f(x)=\frac{x^2}{2}+10$. Ils trouvent $f'(x)=x$.

Leur expliquer que si l'on a la fonction $f(x) = x$, sa primitive est chacune des trois fonctions précédentes.
Leur offrir d'autres exemples afin de découvrir la définition de la primitive d'une fonction qui est la suivante :

- La primitive d'une fonction $f(x)$, continue et définie dans un intervalle donné, est une fonction $F(x)$, définie à une constante près, telle que sa dérivée $F'(x) = f(x)$. Si $F(x)$ est une primitive de $f(x)$, toute autre primitive de $f(x)$ est de la forme $F(x) + c$, où c est une constante.

Réunir les élèves en petites équipes. Leur confier la tâche de trouver une primitive de chacune des fonctions suivantes et de compléter le tableau, en utilisant un ordinateur doté d'un logiciel graphique tel que *Zap-a-Graph*.

Fonction $f(x)$	Primitive $F(x)$	Dérivée de $F(x)$
x		
x^2		
x^3		
x^4		
x^5		

Par la suite, leur demander de vérifier que la primitive de la fonction $f(x) = x^n$ est la fonction $F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$ pour tout entier $n \neq -1$.

Montrer aux élèves comment calculer la constante c afin de déterminer une primitive précise d'une fonction.
L'exemple ci-après peut servir à cette fin.

- La vitesse, en m/s, d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne est $v(t) = 2t$, où t est le temps en secondes. Quel est son déplacement $s(t)$, qui est la primitive de sa vitesse, sachant que pour $t = 0$ s, le mobile est à -5 m du point de départ?

Amener les élèves à comprendre que l'ensemble de toutes les primitives d'une fonction $f(x)$ est l'intégrale indéfinie de $f(x)$, qu'on représente par le symbole $\int f(x)dx$ (lire «intégrale indéfinie de $f(x)$»).
Les mathématiciens désignent cet ensemble des primitives par l'écriture $\int f(x)dx = F(x)+c$, où $F(x)$ est une primitive de $f(x)$ et c est une constante.
Exemple : $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3}+c$.

Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves travaillent à déterminer la primitive d'une fonction, circuler dans la classe afin de leur fournir de la rétroaction sur la façon dont ils calculent chaque primitive.

Demander aux élèves d'expliquer :

a) pourquoi $F(x) = x^3 + 5$ et $F(x) = x^3 - 8$ sont deux primitives de la fonction $f(x) = 3x^2$;

b) comment change l'exposant de x de la fonction $f(x) = x^n$ en passant à sa dérivée $f\,'(x)$;

c) comment change l'exposant de x de la fonction $f(x) = x^n$ en passant à sa primitive $F(x)$.

Réunir les élèves en équipes de deux. Demander à chaque élève d'expliquer à son partenaire pourquoi la primitive de la fonction :

a) $f(x) = 4x^3$ est la fonction $F(x) = x^4 + 5$.

b) $f(x) = 2$ est la fonction $F(x) = 2x - 5$.

Vérifier dans quelle mesure les élèves peuvent donner des explications exactes et précises en utilisant la terminologie appropriée.

Demander aux élèves de vérifier si les primitives des fonctions données sont bonnes :

a) La primitive de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$ est la fonction $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 3$.

b) La primitive de la fonction $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ est la fonction $F(x) = \frac{3}{5}\sqrt[5]{x^3}$.

Évaluer le niveau de compréhension des élèves en ce qui a trait aux techniques de dérivation et d'antidérivation (la détermination de primitives), et examiner les stratégies qu'ils emploient pour arriver à des réponses. À cette fin, utiliser des fonctions simples.

Demander aux élèves d'expliquer à l'écrit si la proposition suivante est bonne :

Si $\frac{dy}{dx} = x^2$, alors $dy = x^2dy$, par la suite $y = \int dy = \int x^2 dx$, donc $y = \frac{x^3}{3} - 2$.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E5.
décrire la signification du théorème fondamental du calcul intégral en expliquant que l'intégrale définie $\int_a^b f(x)dx$, entre les bornes a et b, est le nombre $F(b)$ - $F(a)$;

E6.
faire le lien entre la valeur de l'intégrale entre $x = a$ et $x = b$ et l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses sur l'intervalle [a , b];

Pistes d'enseignement

Amener les élèves à comprendre comment utiliser le théorème fondamental du calcul intégral qui stipule que si $f(x)$ est une fonction définie et continue dans un intervalle donné [a, b] et $F(x)$ est une primitive de $f(x)$, alors $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. Dans ce contexte le signe d'intégration représente une somme infinie. L'extrémité b s'appelle la borne supérieure de l'intégrale et l'extrémité a, la borne inférieure.
L'exemple ci-après permet de comprendre ce théorème :

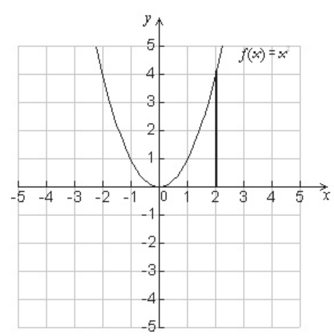
$$\int_1^3 x^2dx = \frac{x^3}{3}\bigg|_1^3 = \left(\frac{3^3}{3}\right) - \left(\frac{1^3}{3}\right) = 9 - \frac{1}{3} = \frac{26}{3} .$$

Par l'entremise d'exemples simples et variés, expliquer aux élèves comment utiliser le théorème fondamental du calcul intégral pour calculer l'aire délimitée par le graphique d'une fonction $f(x)$ définie et continue dans un intervalle donné [a , b], l'axe des x et les droites verticales $x = a$ et $x = b$.

Précédemment les élèves ont vu la relation $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x$ qui illustre le lien qui existe entre l'intégrale définie et l'aire.

Exemple :
Pour calculer l'aire délimitée par le graphique de la fonction $f(x) = x^2$, l'axe des x et les deux droites $x = 0$ et $x = 2$, on procède comme suit :

$$\int_0^2 x^2dx = \frac{x^3}{3}\bigg|_0^2 = \left(\frac{2^3}{3}\right) - \left(\frac{0^3}{3}\right) = \frac{8}{3}u^2 ,$$ où le symbole u désigne l'unité de surface.



Mentionner aux élèves que le théorème fondamental $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ permet de calculer l'aire algébrique, qui peut être positive ou négative, suivant que la région considérée est située au-dessus ou au-dessous de l'axe des x. Ceci mène parfois à avoir des aires négatives ou même nulles. Cependant, dans plusieurs contextes réels, il est souvent important de connaître la vraie aire sans tenir compte de ces différences de signes. C'est ce qu'on appelle l'aire géométrique. Celle-ci s'obtient de l'aire algébrique en considérant la valeur absolue de cette dernière.

Pistes d'évaluation

Confier aux élèves la tâche de résoudre le problème ci-après :
Étant donné la fonction $F(x) = x^3$.

a) Expliquer pourquoi cette fonction est une primitive de la fonction $f(x) = 3x^2$.
b) Tracer le graphique de la fonction $f(x) = 3x^2$.
c) Calculer l'aire délimitée par ce graphique, l'axe des x et les deux droites $x = -2$ et $x = 2$.

Une fois le problème résolu, demander à des élèves de faire part de leurs solutions à leurs camarades afin de discuter de la démarche suivie.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des problèmes tels que le suivant :
Une primitive de la fonction $f(x) = x^2 - 4$ est $F(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$.

a) Tracer le graphique de la fonction $f(x) = x^2 - 4$ dans l'intervalle [-3, 3].
b) Calculer l'aire délimitée par le graphique, l'axe des x et les droites :
   i) $x = -3$ et $x = -2$
   ii) $x = -2$ et $x = 2$
   iii) $x = 2$ et $x = 3$
   iv) $x = -3$ et $x = 3$

Que constatez-vous?
En corrigeant les travaux des élèves, porter une attention particulière aux points suivants :
Les élèves sont capables :

– de faire le lien entre l'aire et l'intégrale définie en précisant les bornes appropriées;
– d'effectuer correctement les calculs en appliquant le théorème fondamental;
– d'accompagner la réponse de l'aire de l'unité d'aire;
– de distinguer entre l'aire algébrique et l'aire géométrique;
– d'identifier l'aire sur le graphique.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d’apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l’intégration est l’opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

E7.
utiliser les règles d’intégration ci-après pour déterminer une primitive à une fonction polynomiale :

$\int kx^n dx = k\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$ où $n \neq -1$

$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$;

E8.
déterminer, à l’aide d’un outil technologique approprié, la valeur de l’intégrale définie d’une fonction dans l’intervalle [*a* , *b*];

Pistes d’enseignement

Les règles d’intégration doivent être présentées à l’aide d’exemples qui font intervenir des fonctions polynomiales. En général, elles sont vraies pour les intégrales définies comme pour les intégrales indéfinies.

Exemple 1 :

- L’intégrale $\int 3x^5 dx = 3\int x^5 dx = 3\frac{x^6}{6}+c = \frac{x^6}{2}$
- L’intégrale $\int \frac{2}{\sqrt{x}}dx = 2\int x^{-1/2}dx = 2\frac{x^{\frac{-1}{2}+1}}{\frac{-1}{2}+1}+c = 4\sqrt{x}$

Exemple 2 :

- L’intégrale
$\int(6x^2+3x)dx = 6\int x^2 dx + 3\int xdx = 6\frac{x^3}{3}+3\frac{x^2}{2}+c = 2x^3+\frac{3x^2}{2}+c$
- L’intégrale $\int\left(\frac{1}{4x^3}-\frac{4}{\sqrt{x^3}}\right)dx = \frac{1}{4}\int x^{-3}dx - 4\int x^{\frac{-3}{2}}dx = -\frac{1}{8x^2}+\frac{8}{\sqrt{x}}+c$.

Réunir les élèves en équipes de deux et leur demander de vérifier les propriétés suivantes en utilisant des exemples de leurs choix :

- L’intégrale de *a* à *b* est de signe opposé à l’intégrale de *b* à *a* :
$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
- L’intégrale de *a* à *b* plus l’intégrale de *b* à *c* est égale à l’intégrale de *a* à *c* :
$\int_a^b \mathrm{f(x)dx} + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$.

Par la suite, inviter une équipe volontaire à présente ses solutions au reste de la classe.

Demander aux élèves de résoudre des problèmes tels que les suivants :

- Soit la fonction $f(x) = 3x^2 + 4x$. Déterminer $\int f(x)dx$ si $f(1) = 4$.
- Calculer $\int_0^1 (4x^4 - 3x^2 - 2)dx$. Vérifier la réponse à l’aide d’une calculatrice à affichage graphique.

Note : Pour la TI-83 Plus : Entrer la fonction dans l’éditeur des fonctions **Y =**.
Appuyer sur la touche **GRAPH**.
Appuyer sur les touches **2nd** et **TRACE** pour accéder au menu **CALC.**
Sélectionner l’option 7 : $\int f(x)dx$.
La limite inférieure = 0 et la limite supérieure = 1.

Les élèves doivent montrer tout le travail à l’écrit.

Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves déterminent des intégrales indéfinies, observer leur niveau de compréhension en ce qui a trait aux règles d'intégration.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des problèmes tels que les suivants :

- Soit les fonctions continues $f(x)$ et $g(x)$ telles que $\int_1^2 f(x)dx = -3$, $\int_1^5 f(x)dx = 10$ et $\int_1^5 g(x)dx = 5$.

Trouver :

– $\int_2^1 f(x)dx$

– $\int_2^5 f(x)dx$

– $\int_1^5 3g(x)dx$

– $\int_1^5 \left[f(x) - 3g(x)\right]dx$

- Évaluer les intégrales suivantes :

– $\int_1^2 (-x-2)dx$

– $\int_{-1}^3 t(3t-2)dt$

Ramasser les tests complétés. Les corriger afin de vérifier dans quelle mesure les élèves peuvent :

– utiliser adéquatement les règles d'intégration;
– déterminer correctement des primitives;
– évaluer correctement des intégrales indéfinies.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E9.
utiliser la technique d'intégration par changement de variable pour résoudre des problèmes;

Pistes d'enseignement

Dire aux élèves que la règle d'intégration $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ ne dépend pas de la variable utilisée. C'est-à-dire, on peut écrire $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$, où u peut être x ou une fonction de x. Ceci permet de conclure que si une fonction $u(x)$ élevée à une puissance constante est intégrable, alors sa différentielle se trouve dans l'expression à intégrer. Examiner avec les élèves l'exemple suivant :

Pour déterminer l'intégrale $\int 3(3x-1)^3\, dx$, on peut développer l'expression à intégrer et appliquer les règles déjà vues, ou on peut utiliser la technique d'intégration par changement de variable (ou par substitution) comme suit :

On pose $u = 3x - 1$. Sa différentielle est $du = 3dx$ qu'on calcule à partir de la dérivée de u par rapport à x.

L'intégrale devient $\int u^3 du = \frac{u^4}{4} + c$. On remplace u par $(3x - 1)$.

La réponse est $\int 3(3x-1)^3\, dx = \frac{(3x-1)^4}{4} + c$.

Au moyen d'autres exemples, amener les élèves à découvrir que toutes les intégrales comprenant une fonction $u(x)$ élevée à une puissance constante et multipliée par sa différentielle du s'intègrent de la même façon.

Réunir les élèves en petites équipes. Leur confier la tâche d'utiliser la technique d'intégration par changement de variable pour déterminer les intégrales suivantes :

a) $\int (x^2 - x)^2 (2x-1)dx$

b) $\int (x^2 + 3x + 4)^2 (2x+3)dx$

c) $\int \frac{2x+3}{(x^2+3x-4)^3}dx$

d) $\int \frac{4x-2}{(x^2-x)^2}dx$

e) $\int 4x^3\sqrt{x^4-4}\, dx$

f) $\int x\sqrt{x^2-16}\, dx$

g) $\int_0^1 \frac{4x}{(x^2-4)^2}\, dx$

h) $\int_1^2 \frac{x^2+2x}{\sqrt{x^3+3x^2+5}}\, dx$

Une fois la tâche terminée, demander à des élèves de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves d'expliquer pourquoi on peut appliquer la technique d'intégration par changement de variable pour déterminer l'intégrale $\int x^3\sqrt{x^4+6}\,dx$ et pourquoi on ne peut pas l'appliquer à l'intégrale $\int x^2\sqrt{x^4+6}\,dx$.
Vérifier dans quelle mesure les explications des élèves mentionnent qu'il y a seulement un facteur constant qui est absent de la dérivée de $(x^4 + 6)$ dans la première intégrale. Cependant, un élément autre qu'un facteur constant est absent dans la deuxième.

Pendant que les élèves déterminent des intégrales à l'aide de la technique d'intégration par changement de variable, circuler parmi eux et leur poser des questions appropriées qui les incitent à expliquer comment ils choisissent la variable à substituer et comment ils déterminent la différentielle.

Discuter avec les élèves de la technique d'intégration par changement de variable dans le cas d'une intégrale indéfinie et d'une intégrale finie.
Par la suite, les réunir en équipes de deux. Demander à chaque élève d'expliquer à son partenaire comment déterminer l'intégrale :

a) $\int \sqrt[3]{2x-8}\,dx$

b) $\int x(x^2-4)^{7/2}\,dx$.

Demander aux élèves de préparer des tests sur des techniques d'intégration et de les échanger entre eux. Chaque élève doit répondre aux questions du test qu'il a reçu.
Par la suite, accorder du temps aux élèves pour qu'ils puissent discuter des solutions en vue de s'entraider dans l'élaboration d'une liste des difficultés rencontrées en intégration afin de suggérer un plan d'action pour pallier ces difficultés.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d’apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l’intégration est l’opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

E10.
utiliser le concept de l’intégrale définie pour calculer l’aire comprise entre la courbe représentative de la fonction $f(x)$ et l’axe des abscisses si:

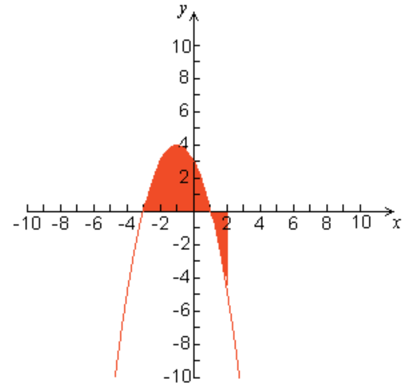
- $f(x)$ est de signe constant sur un intervalle donné
- $f(x)$ est de signe variable sur un intervalle donné;

E11.
utiliser le concept de l’intégrale définie pour calculer l’aire comprise entre deux courbes, sur un intervalle donné;

Pistes d’enseignement

Rappeler aux élèves que le calcul de l’aire à l’aide des intégrales définies repose sur le théorème fondamental du calcul différentiel et intégral. Par la suite, utiliser le graphique de la fonction $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ pour leur montrer comment calculer l’aire délimitée par le graphique de la fonction, l’axe des x et les droites :

a) $x = -3$ et $x = 1$
b) $x = 1$ et $x = 2$
c) $x = -3$ et $x = 2$



Au cours de cette activité, les élèves doivent être amenés à comprendre la différence entre l’aire algébrique et l’aire géométrique.

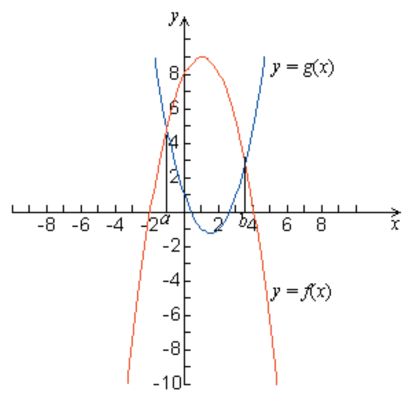
- Aire géométrique = $\int_a^b f(x)dx = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$ si $f(x) \leq 0$ dans $[a,b$.

Par l’entremise d’exemples simples, expliquer aux élèves la méthode de calcul de l’aire comprise entre deux courbes, c’est-à-dire une aire dont la frontière inférieure n’est pas l’axe des x mais la courbe d’une fonction.

Pour le diagramme ci-contre, l’aire délimitée par les graphiques de $y = f(x)$ et $y = g(x)$ et les droites $x = a$ et $x = b$ est donnée par la formule

Aire = $\int_a^b \left[f(x) - g(x)\right]dx$,

où $f(x) \geq g(x)$.



Par la suite, réunir les élèves en équipes de deux et leur demander de calculer :

a) l’aire entre les courbes de $y = x^2 - 4x$ et $y = 2x$ dans l’intervalle [0, 3];
b) l’aire limitée par les courbes d’équations $y = x^2 - 2x - 4$ et $y = -x^2 + 8$.

Une fois les aires calculées, demander à une équipe volontaire de présenter ses solutions au reste de la classe.

Pistes d'évaluation

Confier aux élèves la tâche de résoudre le problème ci-après :
Étant donné les fonctions $f(x) = 2x(x^2 - 4)$ et $g(x) = x$.

a) Tracer leurs graphiques.
b) Calculer l'aire délimitée par le graphique de $f(x)$ et l'axe des x sur chacun des intervalles suivants : [-2, 0]; [0, 2] et [-2, 2].
c) Calculer l'aire entre les deux graphiques sur chacun des intervalles suivants : [-2, 0]; [0, 2] et [-2, 2].

Une fois le problème résolu, réunir les élèves en équipes de deux. Leur demander d'échanger leurs solutions afin d'identifier les points forts et les points faibles et de suggérer des corrections si nécessaire.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des problèmes tels que les suivants :

- Soit les deux courbes d'équation $y = -(x - 2)^2 + 9$ et $y = -x + 9$. Calculer l'aire de la région du premier quadrant :
  a) comprise entre les deux courbes;
  b) limitée par les courbes et l'axe des abscisses;
  c) limitée par les courbes et l'axe des coordonnées.
- Déterminer l'aire de la région délimitée par la parabole d'équation $y = x^2$, la droite tangente au point (1, 1) à cette parabole et l'axe des abscisses. Ramasser les tests et les corriger.

Demander aux élèves de décrire brièvement la manière dont ils s'y prennent pour expliquer à un camarade de classe comment calculer l'aire de la région comprise entre les graphiques de $y = x^2 + 4$ et $y = x - 2$ et les deux droites $x = -2$ et $x = 2$.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E12.
résoudre des équations différentielles du premier ordre, de la forme $\frac{dy}{dx} = f(x)$, afin d'analyser des situations relevant d'autres disciplines;

Pistes d'enseignement

Par l'entremise d'exemples simples et variés, expliquer aux élèves qu'une équation différentielle est en général une équation dans laquelle figurent à la fois la dérivée d'une fonction d'une certaine variable et une expression contenant cette variable. Les amener à distinguer entre différentielle et équation différentielle.

Exemple 1:
Soit l'équation différentielle $y' = 3x - 2$, qu'on peut écrire aussi $\frac{dy}{dx} = 3x - 2$

- Résoudre cette équation différentielle consiste à trouver la fonction qui permet de la vérifier. À retenir que si l'on a la différentielle d'une fonction, on peut trouver la fonction en trouvant sa primitive ou son intégrale indéfinie.
  Ainsi, $y = \int dy = \int (3x - 2)dx$. En calculant la primitive, on obtient $y = \frac{3x^2}{2} - 2x + c$, qui est la solution générale de l'équation différentielle proposée. Si l'on dérive cette dernière fonction, on retrouve l'équation différentielle.

Exemple 2 :

- Un mobile se déplace d'un mouvement rectiligne uniformément varié avec une accélération $a = 2$ m/s^2. Sa vitesse $v(t)$ est liée à l'accélération par l'équation différentielle $a = \frac{dv}{dt}$. Quelle est l'expression de la vitesse si à l'instant $t = 0$ s, elle est de +5 m/s? (Réponse : $v(t) = 2t + 5$)
- La position du mobile $s(t)$ est liée à sa vitesse par l'équation différentielle $v = \frac{ds}{dt}$. Quelle est l'expression de la position si à l'instant $t = 0$ s, elle est de +10 m? (Réponse : $s(t) = t^2 + 5t + 10$)

Attirer l'attention des élèves au rôle des conditions initiales dans la détermination de la constante d'intégration.

Réunir les élèves en équipes de deux. Leur confier la tâche de résoudre les problèmes ci-après :

- La croissance d'une plante est telle que le taux de variation instantané de sa hauteur $H(t)$ égale $\frac{dH}{dt} = 1{,}5\ \text{cm/j}$. Calculer la hauteur de cette plante à l'instant $t = 50$ jours sachant qu'elle mesure actuellement 10 cm. (Réponse : 85 cm)
- Une particule se déplace sur une trajectoire rectiligne dont l'origine est le point de départ. À l'instant t en secondes, sa vitesse $v(t)$ en cm/s égale $v(t) = 3t^2 - 2t + 2$ pour $t \geq 0$. Sa position initiale est 10 cm à droite de l'origine. Déterminer sa position à l'instant $t = 2$ s, sachant que $v(t) = \frac{ds}{dt}$.
  Déterminer l'expression de son accélération $a(t)$ sachant que $dv = adt$.

Les élèves doivent montrer à l'écrit tout le travail.

Pistes d'évaluation

Donner aux élèves l'énoncé ci-après :
La pente de la droite tangente à la courbe représentative de la fonction $y = f(x)$, en un point quelconque x, est donnée par l'expression $(x + 2)$.
Leur demander :

- d'écrire cet énoncé sous forme d'équation différentielle;
- de trouver la fonction $y = f(x)$ qui satisfait à la condition $f(2) = 6$.

Demander aux élèves de résoudre le problème suivant :
La vitesse instantanée d'un objet se déplaçant, par rapport à un point fixe O, sur une trajectoire horizontale est $v(t) = t^2 - 6t + 5$ m/s. Sa position initiale est à 2 m à gauche de O.

a) Déterminer quand cet objet se déplace :
   - vers la droite (sens positif)
   - vers la gauche.
b) Déterminer quand cet objet s'arrête.
c) La position $s(t)$ de l'objet est telle que $v(t) = \dfrac{ds}{dt}$. Déterminer l'expression de $s(t)$.

Une fois le problème résolu, discuter avec les élèves des stratégies utilisées pour trouver les réponses.
Par la suite, leur demander d'expliquer dans leurs mots comment passer de l'équation de la position $s(t)$ à la vitesse $v(t)$ et à l'accélération $a(t)$, et comment faire le passage inverse, c'est-à-dire de $a(t)$ à $v(t)$ et à $s(t)$.

Demander à chaque élève d'expliquer à un camarade de classe comment résoudre le problème suivant :
L'action A (en $) d'une société immobilière varie en fonction du temps t (en mois) comme l'indique l'équation différentielle $\dfrac{dA}{dt} = \dfrac{10}{\sqrt{1+10t}}$.

a) Expliquer ce que représente cette équation différentielle.
b) Déterminer l'expression de A en fonction du temps, sachant que la valeur initiale de l'action est de 102 $.
c) Au bout de combien de temps l'action vaudra-t-elle 120$?

S'assurer que les élèves sont capables de :

- faire le lien entre l'équation différentielle et le taux de variation instantané de l'action;
- résoudre l'équation différentielle en intégrant par changement de variable;
- calculer correctement la constante d'intégration.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E13.
utiliser un outil technologique approprié pour déterminer l'intégrale des fonctions transcendantes simples; (*facultatif*)

Pistes d'enseignement

Dire aux élèves de considérer comme fonctions transcendantes trigonométriques les fonctions sinus et cosinus seulement.

Demander aux élèves de faire l'activité ci-après en utilisant un ordinateur doté d'un logiciel graphique tel que *Zap-a-Graph*.
Transcrire le tableau ci-contre dans votre cahier et le compléter. Examiner les primitives obtenues afin de déduire la formule de la primitive de la fonction $y = a\sin(bx + c)$
Par la suite, déterminer chacune des intégrales suivantes :

Fonction $y = f(x)$	Primitive $Y = F(x) + c$
$y = \sin(x)$	
$y = 4\sin(x)$	
$y = 4\sin(2x)$	
$y = 4\sin(2x + 3)$	

- $\int 3\sin(x)dx$
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 5\sin(4x)dx$

Note : À partir du menu **Définir**, sélectionner l'option **Sinus** et la fonction $y = a\sin(bx + c) + d$. Donner aux paramètres a, b, c et d les valeurs appropriées et cliquer sur **Tracer**. Par la suite, activer le menu **Options** et sélectionner **Primitive**. La primitive de la fonction s'affiche en bas de l'écran sur l'axe vertical.

Demander aux élèves de faire l'activité ci-après en utilisant un ordinateur doté d'un logiciel graphique tel que *Zap-a-Graph*.
Transcrire le tableau ci-contre dans votre cahier et le compléter. Examiner les primitives obtenues afin de déduire la formule de la primitive de la fonction $y = a\cos(bx + c)$
Par la suite, déterminer chacune des intégrales suivantes :

Fonction $y = f(x)$	Primitive $Y = F(x) + c$
$y = \cos(x)$	
$y = 4\cos(x)$	
$y = 4\cos(2x)$	
$y = 4\cos(2x + 3)$	

- $\int -3\cos(3x - 2)dx$
- $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\cos(4x)dx$

Note : À partir du menu **Définir**, sélectionner l'option **Cosinus** et la fonction $y = a\cos(bx + c) + d$. Donner aux paramètres a, b, c et d les valeurs appropriées et cliquer sur **Tracer**. Par la suite, activer le menu **Options** et sélectionner **Primitive**. La primitive de la fonction s'affiche en bas de l'écran sur l'axe vertical.

Pistes d'évaluation

Pour évaluer leur maîtrise des règles d'intégration des fonctions sinus et cosinus, administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant les questions suivantes :

- Déterminer les intégrales indéfinies suivantes :
  - $\int [\sin(2x) + 2\cos(2x)]dx$
  - $\int [2\cos(x) - 3\sin(3x)]dx$
- Utiliser la technique d'intégration par changement de variable pour déterminer les intégrales suivantes :
  - $\int \sin(3x)\cos(3x)dx$
  - $\int 2x\cos(x^2)dx$
  - $\int 2x^2 \sin(x^3)dx$
- Évaluer l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2(x)\tan(x)dx$.
- Soit $f(x)$ une fonction continue sur l'intervalle $[a, b]$.
  Sa valeur moyenne sur cet intervalle est définie par l'expression :
  Valeur moyenne $= \dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$.

Déterminer la valeur moyenne de la fonction $f(x)$ dans l'intervalle $[0,2\pi]$ si :

- $f(x) = \sin(x)$
- $f(x) = \cos(x)$

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E13.
utiliser un outil technologique approprié pour déterminer l'intégrale des fonctions transcendantes simples; (*facultatif*)

Pistes d'enseignement

Pour explorer l'intégrale des fonctions transcendantes exponentielles, dire aux élèves de se limiter aux fonctions où la base est e. Par la suite leur demander de faire l'activité ci-après au moyen d'un ordinateur doté d'un logiciel graphique tel que *Zap-a-Graph*.

Transcrire le tableau ci-contre dans votre cahier et le compléter.

Examiner les primitives obtenues afin de déduire la formule de la primitive de la fonction $y = a\, e^{(bx + c)}$

Par la suite, déterminer chacune des intégrales suivantes :

Fonction $y = f(x)$	Primitive $Y = F(x) + c$
$y = e^x$	
$y = 3\, e^x$	
$y = 3\, e^{2x}$	
$y = 3\, e^{4x}$	
$y = 3\, e^{2x+1}$	

- $\int \frac{dx}{e^{2x}}$
- $\int_0^1 (x + e^x)dx$

Note : À partir du menu **Définir**, sélectionner l'option **Exponentielle** et la fonction $y = a\, e^{(bx + c)} + d$. Donner aux paramètres a, b, c et d les valeurs appropriées et cliquer sur **Tracer**. Par la suite, activer le menu **Options** et sélectionner **Primitive**. La primitive de la fonction s'affiche en bas de l'écran sur l'axe vertical.

Pour explorer l'intégrale des fonctions transcendantes logarithmiques, dire aux élèves de se limiter aux fonctions de logarithme naturel (ln). Les réunir en équipes de deux et leur confier la tâche de faire l'activité ci-après :

Au moyen d'un ordinateur doté d'un logiciel graphique, trouver que :

- la dérivée de la fonction $y = \ln(x)$ est $y' = \frac{1}{x}$. Quelle est l'expression de la différentielle dy ?
- la dérivée de la fonction $y = \ln(3x - 5)$ est $y' = \frac{3}{3x-5}$. D'où vient le 3 au numérateur?
- la dérivée de la fonction $y = \ln(4x^2 - 1)$ est $y' = \frac{8x}{4x^2 - 1}$. D'où vient le terme $8x$ au numérateur?
- la dérivée de la fonction $y = \ln(x^2 - 3x + 2)$ est $y' = \frac{2x-3}{x^2 - 3x + 2}$. D'où vient le binôme$(2x - 3)$ au numérateur?

Une fois la tâche terminée, amener les élèves à découvrir que si $y = \ln(u)$, où u est une fonction continue de x, alors sa dérivée est $y' = \frac{u'}{u}$ et sa différentielle est $dy = \frac{du}{u}$. Ensuite, les amener à découvrir que $\int \frac{du}{u} = \ln(u) + c$ où u peut être x ou une fonction de x.

Les élèves doivent utiliser cette règle afin de déterminer les intégrales :

a) $\int \frac{dx}{x}$

b) $\int \frac{2dx}{2x-3}$

c) $\int \frac{dx}{5x+3}$

Pistes d'évaluation

Pendant que les élèves déterminent des intégrales impliquant des fonctions exponentielles ou logarithmiques, rechercher des indices révélant qu'ils peuvent :

– utiliser adéquatement les règles qu'ils ont découvertes à l'aide d'un outil technologique;
– reconnaître le rôle de la technique d'intégration par changement de variable;
– déterminer correctement la valeur de l'intégrale.

Demander aux élèves d'expliquer pourquoi les deux intégrales indéfinies de chaque paire sont véritablement, en dépit de leurs différences apparentes, des expressions de même intégrale :

a) $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$ et $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}dx$

b) $\int x dx$ et $\int \frac{\ln(x)}{x}dx.$

S'assurer que les élèves utilisent la technique de changement de variable pour montrer que les deux intégrales de chaque paire se ramènent à la même forme.

Demander aux élèves d'évaluer les intégrales ci-après :

a) $\int_0^2 xe^{x^2}dx$

b) $\int_1^e \frac{dx}{2x-1}$

Par la suite, leur demander de se réunir en équipes de deux afin de comparer leurs solutions et de suggérer des corrections si nécessaire.

Demander aux élèves de dresser dans leur journal de bord une liste des règles d'intégration des fonctions transcendantes qu'ils ont découvertes. Les inviter ensuite à discuter des règles qu'ils ont trouvées faciles à utiliser et des erreurs fréquentes commises lors de la résolution de problèmes impliquant ces règles.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base

- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui

- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices

- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels

- *Zap-a-Graph*

Résultats d'apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l'intégration est l'opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l'élève pourra :

E14.
utiliser la technique d'intégration par parties dans un contexte de résolution de problèmes. (*facultatif*)

Pistes d'enseignement

Par l'entremise d'exemples variés, amener les élèves à comprendre que la technique d'intégration par parties permet de transformer l'intégrale d'un produit de fonctions en d'autres intégrales, dans un but de simplification de calcul. Il est utile d'expliquer aux élèves les détails de l'utilisation de cette technique qui se traduit par la formule ci-après basée sur la règle de la dérivée d'un produit :

Soit u et v deux fonctions de x dérivables dans leur domaine de définition. La dérivée du produit uv par rapport à x est $\frac{d}{dx}(uv) = v \times \frac{du}{dx} + u \times \frac{dv}{dx}$. La simplification par dx et l'intégration de l'expression obtenue permettent d'écrire $uv = \int v \times du + \int u \times dv$. La formule de cette technique s'écrit $\int u \times dv = u \times v - \int v \times du$. Cette formule transforme l'intégration de $\int u \times dv$ en l'intégration de $\int v \times du$, en espérant que la nouvelle intégrale est plus facile à calculer que l'intégrale donnée.

Présenter aux élèves les exemples ci-après qui permettent d'illustrer la formule d'intégration par parties :

Exemple 1 :
Pour déterminer l'intégrale $\int x\cos(x)dx$, on pose $\begin{cases} u = x \text{ donc } du = dx \\ dv = \cos(x)dx \text{ donc } v = \sin(x) \end{cases}$

Alors, l'intégrale devient $\int x\cos(x)dx = x\sin(x) - \int \sin(x)dx$,
donc $\int x\cos(x)dx = x\sin(x) + \cos(x) + c$.

Exemple 2 :
Pour déterminer l'intégrale $\int xe^x dx$, on pose $\begin{cases} u = x \text{ donc } du = dx \\ dv = e^x dx \text{ donc } v = e^x \end{cases}$

Alors, l'intégrale devient $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx$,
donc $\int xe^x dx = xe^x - e^x + c = (x-1)e^x + c$

Note : Les deux exemples 1 et 2 montrent qu'il faut choisir pour u la fonction puissance de x si l'intégrale est de la forme
$\int$(polynôme) x (fonction trigonométrique) x dx ou de la forme
$\int$(polynôme) x (exponentielle) x dx

Exemple 3 :
Pour déterminer l'intégrale $\int x\ln(x)dx$, on pose $\begin{cases} u = \ln(x) \text{ donc } du = \frac{dx}{x} \\ dv = xdx \text{ donc } v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

Alors, l'intégrale devient $\int x\ln(x)dx = \frac{x^2}{2}\ln(x) - \int \frac{x}{2}dx$,
donc $\int x\ln(x)dx = \frac{x^2}{4}[2\ln(x) - 1] + c$.

Note : L'exemple 3 montre qu'il faut choisir pour u la fonction logarithmique si l'intégrale est de la forme $\int$(polynôme) x (fonction logarithmique) x dx

Pistes d'évaluation

Demander aux élèves d'intégrer par parties $\int x \sin(x)dx$ en posant :
- tout d'abord $u = x$ et $dv = \sin(x)dx$
- puis $u = \sin(x)$ et $dv = xdx$.

Par la suite, discuter avec les élèves pourquoi le deuxième choix n'est pas préférable.

Réunir les élèves en équipes de deux. Demander à chaque élève d'expliquer à son partenaire comment intégrer une des deux intégrales suivantes :

a) $\int e^x \sin(x)dx$

b) $\int e^x \cos(x)dx$

Les élèves doivent discuter de l'effet du choix de u et de dv sur la réussite de l'intégration. S'assurer que les élèves sont capables de voir qu'il faut utiliser deux intégrations par parties.

Administrer aux élèves un test papier-crayon comprenant des questions telles que les suivantes :
Montrer que :

a) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x\cos(x)dx = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{2}$

b) $\int_1^3 xe^x dx = 2e^3$

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

Résultats d’apprentissage spécifiques

Avant la fin de la douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

E.
Démontrer une compréhension du concept que l’intégration est l’opération inverse de la dérivation et utiliser les intégrales pour résoudre des problèmes concrets, pratiques et théoriques faisant intervenir des fonctions.

En douzième année, il est attendu que l’élève pourra :

E14.
utiliser la technique d’intégration par parties dans un contexte de résolution de problèmes. (*facultatif*)

Pistes d’enseignement

Réunir les élèves en petites équipes et leur confier la tâche de déterminer les intégrales suivantes :

a) $\int 2x\sin(2x+1)dx$

b) $\int x^2\sin(x)dx$ (suggestion : deux intégrations par parties)

c) $\int xe^{-x}dx$

d) $\int x^3e^{-x}dx$ (suggestion : trois intégrations par parties)

e) $\int \ln(x)dx$

f) $\int x^3\ln(x)dx$

g) $\int \cos^2(x)d$ (suggestion : $\cos^2(x)=\cos(x)\cos(x)$)

h) $\int \sin(3x)\cos(4x)dx$ (suggestion : deux intégrations par parties)

Une fois la tâche terminée, demander à des élèves volontaires de présenter leurs solutions au reste de la classe.

Demander aux élèves d’utiliser la technique d’intégration par parties pour prouver que :

- $\int x^n e^x dx = x^n e^x - n\int x^{n-1}e^x dx$
- $\int x^n\cos(ax)dx = \frac{x^n}{a}\sin(ax)-\frac{n}{a}\int x^{n-1}\sin(ax)dx$
- $\int x^n\sin(ax)dx = -\frac{x^n}{a}\cos(ax)+\frac{n}{a}\int x^{n-1}\cos(ax)dx$

Les élèves doivent montrer tout le travail à l’écrit.

En effectuant l’intégration par parties à deux reprises, on trouve

$\int e^{ax}\sin(bx)dx = e^{ax}[A\sin(bx)+B\cos(bx)]+C$.

Demander aux élèves de déterminer A et B en fonction de a et de b.

Pistes d'évaluation

Discuter avec les élèves de la technique d'intégration appropriée, intégration par changement de variable ou par parties, à utiliser pour prouver que
$\int \tan(x)dx = -\ln[\cos(x)] + c$.
Pour ce faire, remplacer $\tan(x)$ par $\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

Demander aux élèves de déterminer l'intégrale de deux manières :
- tout d'abord, en utilisant la technique d'intégration par parties,
- puis en utilisant la formule de transformation $\sin^2(x) = \left[\dfrac{1 - \cos(2x)}{2}\right]$.

Par la suite, leur demander d'expliquer laquelle des deux méthodes est la plus avantageuse.

Demander aux élèves de compiler un portfolio sur les intégrales incluant :
- une liste de tous les concepts et les notions mathématiques étudiés;
- une brève description de la progression de leurs apprentissages à l'étude des intégrales;
- une liste des techniques utilisées pour déterminer l'intégrale des différents types de fonctions;
- des activités qui constituent une preuve de leur atteinte des résultats d'apprentissage prescrits;
- des devoirs;
- des activités de travail d'équipe qui portent sur le calcul d'aire et les équations différentielles;
- des activités impliquant l'utilisation d'un outil technologique pour déterminer l'intégrale des fonctions transcendantes simples;
- des tests et d'autres outils d'évaluation.

Par la suite, inviter les élèves à des rencontres individuelles afin d'évaluer leur portfolio selon des critères préalablement élaborés avec eux. Porter une attention particulière à l'organisation des composantes de chaque portfolio.

Ressources pédagogiques recommandées

Imprimé de base
- *Introduction au calcul différentiel et intégral*

Imprimé d'appui
- *Calcul intégral, le projet Harvard*
- *Le calcul différentiel et intégral, LIDEC*

TIC

Calculatrices
- *TI-83*
- *TI-83 Plus*
- *TI-83 Plus, Silver Edition*

Logiciels
- *Zap-a-Graph*

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références

RESSOURCES PÉDAGOGIQUES

Cette annexe comprend une liste détaillée de ressources pédagogiques pour le cours Calcul 12.
Les titres sont en ordre alphabétique et chaque ressource comporte une annotation qui fournit les renseignements suivants :

- Catégorie de la ressource
- Titre de la ressource
- Auteurs
- Description générale
- Auditoire
- Catégorie
- Composantes du programme d'études
- Grille de classe
- Fournisseur

Calcul différentiel, le projet Harvard
(Manuel de l'élève)

- **Auteurs** : Deborah Hughes-Hallett
  Andrew M. Gleason et al
- **Description générale :**
  – Cette ressource d'appui de 384 pages traite en profondeur les différents types de fonctions, la dérivée, les techniques de dérivation et l'utilisation de la dérivée. Elle comprend des annexes qui expliquent en détail les coordonnées polaires, les nombres complexes, les équations paramétriques et des réponses aux problèmes.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource d'appui pour le personnel enseignant et les élèves
- **Composantes :** Calcul 12
  Mathématiques avancées 12
- **Recommandée pour :** la 12e année
- **Fournisseur :**
  Chenelière Éducation
  7001, Boul. St-Laurent
  Montréal, Québec, H2S 3E3
  Tél : (514) 273-1066
  Téléc : (514) 276-0324
  www.cheneliere-education.ca
- **ISBN :** 2-89461-442-X
- **Prix :** 46,95$

Calcul différentiel, le projet Harvard
(Guide d'enseignement et solutions)

- **Auteurs** : Deborah Hughes-Hallett
  Andrew M. Gleason et al
- **Description générale :**
  – Cette ressource comprend deux parties. La première partie, de la page 1 à la page 41, est le guide d'enseignement qui présente des planifications pédagogiques par leçon. La deuxième partie, de la page 45 à la page 272, est l'ensemble des solutions des problèmes qui figurent dans le manuel de l'élève.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource d'appui pour le personnel enseignant
- **Composantes :** Calcul 12
  Mathématiques avancées 12
- **Recommandée pour :** la 12e année
- **Fournisseur :**
  Chenelière Éducation
  7001, Boul. St-Laurent
  Montréal, Québec, H2S 3E3
  Tél : (514) 273-1066
  Téléc : (514) 276-0324
  www.cheneliere-education.ca
- **ISBN :** 2-89461-443-8
- **Prix :** 30,00$

Calcul différentiel et intégral (Le)
(Manuel de l'élève)

- **Auteurs** : Neil Reid
- **Description générale :**
  - Cette ressource d'appui de 566 pages est une étude détaillée et approfondie du calcul différentiel et intégral. Elle traite les limites, la dérivée, les règles et les méthodes de dérivation, les applications de la dérivée, le taux de variation, les dérivées des fonctions trigonométriques, exponentielles et logarithmiques, les différentielles, les intégrales (méthodes d'intégration et applications) et les coordonnées polaires. Les réponses aux exercices et aux problèmes se trouvent en annexe de la page 535 à la page 560.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource d'appui pour le personnel enseignant et les élèves
- **Composantes :** Calcul 12
- **Recommandée pour :** la 12^{e} année
- **Fournisseur :**
  LIDEC inc.
  4350, avenue de l'Hôtel-de-Ville
  Montréal, Québec, H2W 2H5
  Tél : (514) 843-5991
  Téléc :(514) 843-5252
- **ISBN :** 2-7608-6140-6
- **Prix :** 43,00$

Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel
(Manuel de l'élève)

- **Auteurs** : Chris Kirkpatrick
  Ralph Montesanto
- **Description générale :**
  - Cette ressource d'appui propose l'étude de différents modèles mathématiques qui permettent de résoudre des problèmes concrets comportant des taux de variation, la modélisation par des fonctions polynomiales, exponentielles et logarithmiques, en utilisant les outils du calcul différentiel. Cet ouvrage réserve une place importante à la technologie et propose des activités d'exploration à l'aide de la calculatrice à affichage graphique TI-83 PLUS
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource d'appui pour le personnel enseignant
- **Composantes :** Calcul 12
  Mathématiques 12
- **Recommandée pour :** la 12e année
- **Fournisseur :**
  Groupe Beauchemin, éditeur ltée
  3281, avenue Jean-Béraud
  Laval, Québec, H7T 2L2
  Tél : (514) 334-5912
  Téléc : (450) 688-6269
  www.beaucheminediteur.com
- **ISBN :** 2-7616-1536-0
- **Prix :** 68,37$

Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel
(Guide du maître)

- **Auteurs** : Chris Kirkpatrick
  Ralph Montesanto
- **Description générale :**
  – Ce guide présente la planification des leçons, l'évaluation des apprentissages et des suggestions qui aident à aborder les activités suggérées dans le manuel de l'élève.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource d'appui pour le personnel enseignant
- **Composantes :** Calcul 12
  Mathématique 12
- **Recommandée pour :** la 12e année
- **Fournisseur :**
  Groupe Beauchemin, éditeur ltée
  3281, avenue Jean-Béraud
  Laval, Québec, H7T 2L2
  Tél : (514) 334-5912
  Téléc : (450) 688-6269
  www.beaucheminediteur.com
- **ISBN :** 2-7616-15433
- **Prix :** 294,74$

Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel
(Solutionnaire)

- **Auteurs** : Chris Kirkpatrick
  Ralph Montesanto
- **Description générale :**
  – Ce recueil de solutions présentent la solution détaillée de chacun des problèmes qui se trouvent dans le manuel de l'élève.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource d'appui pour le personnel enseignant
- **Composantes :** Calcul 12
  Mathématiques 12
- **Recommandée pour :** la 12e année
- **Fournisseur :**
  Groupe Beauchemin, éditeur ltée
  3281, avenue Jean-Béraud
  Laval, Québec, H7T 2L2
  Tél : (514) 334-5912
  Téléc : (450) 688-6269
  www.beaucheminediteur.com
- **ISBN :** 2-7616-1544-1
- **Prix :** 247,37$

Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel
(Banque de questions informatisées)

- **Auteurs** : Chris Kirkpatrick
  Ralph Montesanto
- **Description générale :**
  – Ce CD-ROM de 30 Mo est une banque d'outils d'évaluation. Il comprend environ 2215 questions qui permettent de créer des tests et des examens sur chacune des sections des chapitres ou sur un chapitre en entier. Les configurations requises sont : ordinateur PC, processeur Pentium, Windows 98 ou version supérieure, Microsoft Word 97 ou version supérieure, Corel WordPerfect 8.0 ou version supérieure.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource d'appui pour le personnel enseignant
- **Composantes :** Calcul 12
  Mathématique 12
- **Recommandée pour :** la 12e année
- **Fournisseur :**
  Groupe Beauchemin, éditeur ltée
  3281, avenue Jean-Béraud
  Laval, Québec, H7T 2L2
  Tél : (514) 334-5912
  Téléc : (450) 688-6269
  www.beaucheminediteur.com
- **ISBN :** 2-7616-1545-X
- **Prix :** 216,79$

Introduction au calcul différentiel et Intégral
(Manuel de l'élève)

- **Auteurs** : Fernand Beaudet
  Yvon Lavoie
- **Description générale :**
  – Cette ressource de base de 376 pages traite les concepts de la limite, de la continuité, de la dérivée et de l'intégrale. Ces concepts se répètent dans les trois parties suivantes du manuel :
    - La première partie de 5 chapitres comprend l'étude des fonctions polynomiales.
    - La deuxième partie de 5 chapitres porte sur l'étude des fonctions rationnelles et algébriques.
    - La troisième partie de 4 chapitres porte sur l'étude des fonctions transcendantes.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource de base pour le personnel enseignant et les élèves
- **Composantes :** Calcul 12
- **Recommandée pour :** la 12e année
- **Fournisseur :**
  Chenelière Éducation
  7001, Boul. St-Laurent
  Montréal, Québec, H2S 3E3
  Tél : (514) 273-1066
  Téléc :(514) 276-0324
  www.cheneliere-education.ca
- **ISBN :** 2-89461-099-8
- **Prix :** 34,95$

Introduction au calcul différentiel et Intégral
(Recueil de solutions)

- **Auteurs** : Fernand Beaudet
  Yvon Lavoie
- **Description générale :**
  – Ce Recueil de solutions comprend les solutions détaillées de tous les exercices et les problèmes qui se trouvent dans le manuel de l'élève.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource de base pour le personnel enseignant
- **Composantes :** Calcul 12
- **Recommandée pour :** la 12e année
- **Fournisseur :**
  Chenelière Éducation
  7001, Boul. St-Laurent
  Montréal, Québec, H2S 3E3
  Tél : (514) 273-1066
  Téléc :(514) 276-0324
  www.cheneliere-education.ca
- **ISBN :** 2-89461-178-1
- **Prix :** 34,95$

Zap-a-Graph
(version française)

- **Auteurs** : Brain Waves Software Inc
- **Description générale :**
  – Ce logiciel graphique est très utile dans l'étude des mathématiques à l'école secondaire, surtout en Calcul 12. Il permet l'exploration de différents types des fonctions, la détermination des limites, des dérivées et des intégrales.
- **Auditoire** : Écoles acadiennes
- **Catégorie** : Ressource d'appui pour le personnel enseignant et les élèves
- **Composantes :** Calcul 12
  Mathématique 10, 11 et 12
- **Recommandée pour :** la 10^{e}, la 11^{e} et la 12^{e} année
- **Fournisseur :**
  Brain Waves Software Inc.
  RR # 1Fitzroy Harbour
  Ontario K0A 1X0
  Tél : (613) 623-8686
- **Prix :** 79,00$ (Un ordinateur)
  299,00 $ (10 ordinateurs)
  449,00 $ (licence)
  1,00 $/élève avec l'achat d'une licence